

文章编号:1006-1630(2017)06-0036-06

# 基于最大似然准则的 L 阵 2D-DOA 配对算法研究

王志诚<sup>1</sup>, 徐 卉<sup>1</sup>, 郭晓江<sup>2</sup>, 高叶盛<sup>2</sup>

(1. 上海无线电设备研究所, 上海 200090; 2. 上海交通大学 电子信息与电气工程学院, 上海 200240)

**摘要:**针对 L 阵二维到达方向(2D-DOA)估计中方位角和俯仰角配对错误导致的模糊问题,对一种基于最大似然准则的配对算法进行了研究。根据建立的 L 阵信号模型,用超分辨算法获得在非相干源和相干源时的 L 阵两组线阵的一维 DOA 估计。由一个线阵接收数据和估计的一维 DOA 得出信源的最大似然估计,构造第一个信源协方差矩阵,其中目标的排列顺序与该线阵估计的一维 DOA 顺序对应;再用两个线阵接收数据的互相关矩阵估计第二个信源协方差矩阵。当两个线阵估得的一维 DOA 对应时两个信源协方差矩阵等价,可由两个矩阵中元素的位置关系实现配对,获得无模糊的方位角和俯仰角。仿真结果表明:所提算法在低信噪比、小快拍数下均具有较高的鲁棒性,适用范围广,在无任何先验信息条件下能较准确地实现配对。

**关键词:**2D-DOA 估计; 参数配对; 最大似然; 解模糊; L 阵; 协方差; 运算量; 鲁棒性

中图分类号:TN957.52

文献标志码:A

DOI:10.19328/j.cnki.1006-1630.2017.06.006

## Pair-Matching Research Based on Maximum-Likelihood Criterion for 2D-DOA Estimation Using L-Shaped Array

WANG Zhi-cheng<sup>1</sup>, XU Hui<sup>1</sup>, GUO Xiao-jiang<sup>2</sup>, GAO Ye-sheng<sup>2</sup>

(1. Shanghai Radio Equipment Research Institution, Shanghai 200090, China; 2. School of Electronic, Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:**For the ambiguous problem caused by mismatch of the estimated elevation and azimuth angles for L-shaped array, a novel pair-matching method based on maximum-likelihood criterion was studied in this paper. Firstly, the two groups of 1D-DOAs were obtained from the two linear subarrays of the L-shaped array using super resolution methods. The maximum-likelihood estimation of the signal source was gained by the received signals and estimated 1D-DOAs of one line array, which were used to construct the first source covariance matrix whose alignment order was correspond to the order of the estimated 1D-DOAs of this line array. The second source covariance matrix was estimated by the cross-correlation matrix of the received signals of the two line arrays. If two source covariance matrices were equivalent when the two estimated 1D-DOAs of the two line arrays were corresponded, the matching could be realized to gain the pairs of azimuth and pitch without ambiguity by the position relationship among elements in the two matrices. The numerical simulations show that the proposed method provides better robustness under the low SNR and small snapshots, which can realize the pair matching without any priori information.

**Keywords:**2D-DOA estimation; pair matching; maximum likelihood; unwrap ambiguity; L-shaped array; covariance matrices; computation; robustness

## 0 引言

根据 L 阵的阵列结构特征,工程中通常将 L 阵

的 2D-DOA 估计问题分解为两组一维 DOA 估计,再通过对这两组一维 DOAs 配对得到无模糊的方

收稿日期:2016-07-22;修回日期:2017-01-22

基金项目:国防“十三五”预研基金资助

作者简介:王志诚(1982—),男,高级工程师,主要研究方向为雷达总体设计及信号处理。

位角和俯仰角。目前,在无任何先验信息时,方位角和俯仰角的配对方法主要有三类。一是对由声学矢量传感器构成的阵列,可直接利用传感器的空间矢量特性实现自动配对,如文献[1-2],但该法受传感器类型限制而适用范围有限。二是将两个一维 DOA 估计与配对过程融合,文献[3-4]通过一个含两组一维 DOA 对应关系的广义协方差矩阵实现 DOA 估计和自动配对,该法由于协方差矩阵维数较大导致特征分解运算量变大,且相干源条件下协方差矩阵不适于空间平滑等算法解相干;文献[5-6]通过构造两个线阵接收数据的互相关矩阵,并根据该矩阵中两组一维 DOA 的对应关系得出无模糊的方位角和俯仰角,两种方法同样仅在独立源时有效;文献[7-8]以求解两组一维 DOA 余弦的差值媒介实现匹配,但当存在相干源时算法同样失效,且仅适于均匀 L 阵。三是先进行两组一维 DOA 估计,再独立配对,文献[9-10]通过 Toeplitz 法估得波与两个线阵一维 DOA 的余弦差值,以该差值和两组一维 DOAs 的关系实现配对,该法对相干源同样有效,但两个线阵必须是均匀线阵,且由于 Toeplitz 法精度较差导致算法鲁棒性较低;文献[11-12]通过信号子空间与噪声子空间渐近正交特性的穷尽搜索配对,在独立源时配对成功率高,但也不适于相干源;文献[13]将由稀疏分解得到信号的幅值信息作为配对的依据,但实际工程中幅值信息有时并不可靠;文献[14]先由所估计的两组一维 DOA 得出一个“信源协方差矩阵”,再以该矩阵是否为 Hermite 矩阵为准则判断是否配对正确,但在等强度独立信源情况下算法鲁棒性稍差。

在白噪声背景中,本文对一种通用的适合独立源和相干源的 L 阵配对算法进行了研究,所提算法属于上述方法中的第三类。先用其中一个线阵接收数据得出信源的最大似然估计,构造出第一个信源协方差矩阵,该协方差矩阵中目标的排列顺序与该线阵估计的一维 DOAs 顺序对应,再用两个线阵接收数据的互相关矩阵估计第二个信源协方差矩阵,当两个线阵估得的一维 DOAs 对应时两个协方差矩阵等价,最后根据这个等价关系通过优化实现配对,获得无模糊的方位角和俯仰角。该算法的特点是具较高的鲁棒性,适用范围广,在无任何先验信息情况下仍能较准确地实现配对。

## 1 L 阵信号模型与一维 DOA 估计

### 1.1 信号模型

令 L 阵由两个互相垂直的线阵构成,如图 1 所示。设两线阵 X、Y 相交于原点,阵元数分别为  $M+1, N+1$ ,总阵元数为  $M+N+1$ 。设有  $K$  个同中心频率的远场窄带信号被该 L 阵接收; $\lambda$  为载频波长, $\theta_k, \varphi_k$  分别为第  $k$  个来波信号的方位角和俯仰角( $\theta \in [0, 2\pi], \varphi \in [0, \pi/2], k = 1, 2, \dots, K$ ),假设信源在两个线阵上是可分的,此时 L 阵的 2D-DOA 估计问题可分解为两个一维 DOA 估计。

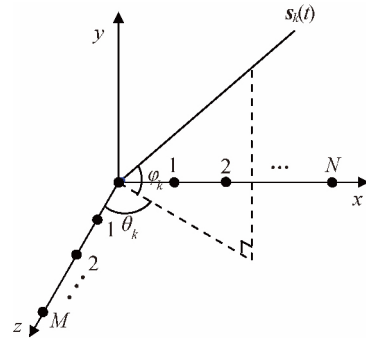


图 1 L 阵信号模型

Fig. 1 Signal model of L-shaped array

记  $a_x, a_y$  分别为线阵 X、Y 的导向矢量; $x_m$  为 X 中第  $m$  个阵元至原点的距离( $m = 1, 2, \dots, M$ ); $y_n$  为 Y 中第  $n$  个阵元至原点的距离( $n = 1, 2, \dots, N$ ),则信源  $k$  的导向矢量可表示为

$$\begin{cases} a_x(\alpha_k) = [1 \ a_{x_1} \ \dots \ a_{x_M}]^T \\ a_y(\beta_k) = [1 \ a_{y_1} \ \dots \ a_{y_N}]^T \end{cases} \quad (1)$$

式中:

$$\begin{aligned} a_{x_i} &= \exp(-j \frac{2x_i}{\lambda} \cos \alpha_k) \\ a_{y_j} &= \exp(-j \frac{2y_j}{\lambda} \cos \beta_k) \end{aligned}$$

此处: $\cos \alpha_k = \cos \theta_k \cos \varphi_k; \cos \beta_k = \sin \theta_k \cos \varphi_k; i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K$ 。记  $A_x, A_y$  分别为线阵 X、Y 的阵列流型,且

$$\begin{aligned} A_x(\alpha) &= [a_x(\alpha_1) \ a_x(\alpha_2) \ \dots \ a_x(\alpha_K)] \\ A_y(\beta) &= [a_y(\beta_1) \ a_y(\beta_2) \ \dots \ a_y(\beta_K)] \end{aligned}$$

$s_k$  为第  $k$  个信源的复包络,则回波信号可表示为

$$s(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_K(t)]^T$$

记  $n_x, n_y$  为高斯白噪声,则阵列 X、Y 的接收数据分别为

$$\begin{cases} \mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_x(\alpha)\mathbf{s} + \mathbf{n}_x = \\ \quad \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_x(\alpha_k)\mathbf{s}_k(t) + \mathbf{n}_x(t) \\ \mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}_y(\beta)\mathbf{s} + \mathbf{n}_y = \\ \quad \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_y(\beta_k)\mathbf{s}_k(t) + \mathbf{n}_y(t) \end{cases} \quad (2)$$

## 1.2 两组一维 DOA 估计

配对前,需估计出信源与构成 L 阵的两线阵的一维 DOA:  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K, \{\beta_k\}_{k=1}^K$ , 包括非相干源和相干源两种情况。

### 1.2.1 非相干源

设  $\mathbf{A}'_y, \mathbf{Y}'$  分别为  $\mathbf{A}_y, \mathbf{Y}$  的后  $N$  行, 则两线阵接收数据的互相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{xy} = E(\mathbf{X}(\mathbf{Y}')^H) = \mathbf{A}_x \mathbf{R}_s (\mathbf{A}'_y)^H \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{R}_s$  为信源协方差矩阵。对  $\mathbf{R}_{xy}$  作奇异值分解

$$\mathbf{R}_{xy} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H \quad (4)$$

从左、右奇异矩阵  $\mathbf{U}, \mathbf{V}$  中分别提取大奇异值对应的信号子空间  $\mathbf{U}_s, \mathbf{V}_s$ , 或小奇异值对应的噪声子空间  $\mathbf{U}_n, \mathbf{V}_n$ , 再用 ESPRIT, MUSIC, Root-MUSIC 等算法解出  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K, \{\beta_k\}_{k=1}^K$ 。该法的优点是仅需一次奇异值分解即可得来波在两线阵上的信号子空间或噪声子空间, 运算量小, 且互相关矩阵大幅降低了噪声对测角精度的影响。

### 1.2.2 相干源

关于非均匀线阵的快速有效解相干算法的研究相对较少, 本文重点是配对算法, 因此相干源情况下的预处理以均匀 L 阵为例。

先对式(3)互相关矩阵进行前向平滑处理

$$\mathbf{R}_f = [\mathbf{R}_{xy}^{(1)} \quad \mathbf{R}_{xy}^{(2)} \quad \cdots \quad \mathbf{R}_{xy}^{(l_{\max})}] \quad (5)$$

式中:  $l_{\max}$  为平滑次数;  $\mathbf{R}_{xy}^{(p)}$  为第  $p$  个平滑子阵, 即  $\mathbf{R}_{xy}$  的第  $p$  行到第  $M+p-1-l_{\max}$  行<sup>[15]</sup>。为提高解相干能力等, 采用前后向平滑处理

$$\mathbf{R}_{fb} = [\mathbf{R}_f \quad \mathbf{J} \mathbf{R}_f^*] \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{J}$  为反主对角线为 1 的单位阵。对式(6)应用传播算子、ESPRIT、MUSIC 等算法测出信源与线阵  $\mathbf{X}$  的夹角  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K$ 。交换  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  顺序, 同理可得信源与线阵  $\mathbf{Y}$  的夹角  $\{\beta_k\}_{k=1}^K$ 。这种预处理方法可避免噪声自相关矩阵的影响, 提高测角精度和分辨力, 且解相干能力也相对较强。

## 2 基于最大似然准则的配对算法

配对的目的是获得  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K, \{\beta_k\}_{k=1}^K$  间的对应关

系, 即找出同一个目标在线阵  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  上的对应的一维波达角  $\alpha_k, \beta_k$ , 则目标的俯仰角和方位角为

$$\begin{cases} \theta_k = \arcsin\left(\frac{\cos \beta_k}{\cos \alpha_k}\right) \\ \varphi_k = \arccos \sqrt{\cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_k} \end{cases} \quad (7)$$

根据  $\cos \alpha_k, \cos \beta_k$  的正负确定  $\theta_k$  在四个象限的位置, 调整  $\theta_k$  大小。

### 2.1 配对原理

针对方位角和俯仰角的配对问题, 本文提出基于使用源方差矩阵的最大似然法的参数配对法 (PMLS 算法)。

由文献[10]可知: 在高斯白噪声背景中信源阵列流型和复包络的最大似然估计可转为最小二乘问题

$$\min_{\mathbf{s}_i} \sum_{i=1}^L \|\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_y(\alpha) \mathbf{s}_i\|^2 \quad (8)$$

式中:  $L$  为快拍数;  $\mathbf{Y}_i, \mathbf{s}_i$  分别为  $\mathbf{Y}, \mathbf{s}$  的第  $i$  次采样。显然,  $\mathbf{s}_i$  的最小二乘解为

$$\hat{\mathbf{s}}_i = ((\mathbf{A}_y)^H \mathbf{A}_y)^{-1} (\mathbf{A}_y)^H \mathbf{Y}_i = \mathbf{A}_y^+ \mathbf{Y}_i \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{A}_y^+$  为  $\mathbf{A}_y$  的 Moore-Penrose 逆。

经上述预处理估计出  $\{\beta_k\}_{k=1}^K$  后, 可得任意来波排列顺序的线阵  $\mathbf{Y}$  的阵列流型  $\hat{\mathbf{A}}_y$ , 若用估计的  $\hat{\mathbf{A}}_y$  近似代替式(9)中的  $\mathbf{A}_y$ , 可得信号源  $\mathbf{s}$  的最大似然估计的近似表示为

$$\hat{\mathbf{s}} = ((\hat{\mathbf{A}}_y)^H \hat{\mathbf{A}}_y)^{-1} (\hat{\mathbf{A}}_y)^H \mathbf{Y} = \hat{\mathbf{A}}_y^+ \mathbf{Y} \quad (10)$$

本文所估计的第一个信源协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_s$  可近似表示为

$$\hat{\mathbf{R}}_s = E(\hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{s}}^H) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \hat{\mathbf{s}}_i \hat{\mathbf{s}}_i^* \quad (11)$$

式中: 上标“\*”表示共轭。将式(10)代入式(11), 得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_s &= E(\hat{\mathbf{A}}_y^+ \cdot \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H \cdot ((\hat{\mathbf{A}}_y)^H)^+) = \\ &= \hat{\mathbf{A}}_y^+ \cdot E(\mathbf{Y} \mathbf{Y}^H) \cdot ((\hat{\mathbf{A}}_y)^H)^+ = \\ &= \hat{\mathbf{A}}_y^+ \mathbf{R}_{yy} ((\hat{\mathbf{A}}_y)^H)^+ \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{R}_{yy}$  为线阵  $\mathbf{Y}$  接收数据的协方差矩阵, 且

$$\mathbf{R}_{yy} = E(\mathbf{Y} \mathbf{Y}^H) = \mathbf{A}_y \cdot E(\mathbf{s} \mathbf{s}^H) \cdot (\mathbf{A}_y)^H + \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{A}_y \mathbf{R}_s (\mathbf{A}_y)^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (13)$$

式中:  $\sigma^2$  为方差;  $\mathbf{I}$  为单位阵。将式(13)代入式(12), 得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_s &= (\hat{\mathbf{A}}_y^+ \mathbf{A}_y) \mathbf{R}_s ((\mathbf{A}_y)^H ((\hat{\mathbf{A}}_y)^H)^+) + \\ &= \sigma^2 (\hat{\mathbf{A}}_y^+ \mathbf{A}_y) \mathbf{I} ((\mathbf{A}_y)^H ((\hat{\mathbf{A}}_y)^H)^+) \end{aligned} \quad (14)$$

因  $\hat{A}_y$  为列满秩矩阵,故有  $\hat{A}_y^+ \hat{A}_y \approx \mathbf{I}$ , 式(14)可近似为

$$\hat{R}_s \approx R_s + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (15)$$

对线阵  $X$ , 令与  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K$  对应的线阵  $X$  的阵列流型为  $\hat{A}_x$ , 则可估计出另一个信号源的近似最大似然估计

$$\hat{s}' = ((\hat{A}_x)^H \hat{A}_x)^{-1} (\hat{A}_x)^H Y = \hat{A}_x^+ X \quad (16)$$

若经预处理估计的  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K$  顺序与上述  $\{\beta_k\}_{k=1}^K$  的顺序是相匹配的,  $\hat{A}'_y$  为  $\hat{A}_y$  的后  $N$  行, 则由式(10)、(16)可得第二个信源协方差矩阵为

$$R'_s = E(\hat{s}' \hat{s}'^H) = \hat{A}_x^+ \cdot E(XY^H) \cdot ((\hat{A}'_y)^H)^+ = \hat{A}_x^+ R_{xy} ((\hat{A}'_y)^H)^+ \quad (17)$$

将式(3)代入式(17), 由  $\hat{A}_x^+ \hat{A}_x \approx \mathbf{I}, (\hat{A}'_y)^+ \hat{A}'_y \approx \mathbf{I}$  可得

$$R'_s = \hat{A}_x^+ (A_x (A'_y)^H) ((\hat{A}'_y)^H)^+ \approx R_s \quad (18)$$

但预处理所得的  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K, \{\beta_k\}_{k=1}^K$  的顺序并不一定是对应的, 即式(18)不一定与式(15)近似。此时若保持  $\{\beta_k\}_{k=1}^K$  顺序不变, 由

$$J = \min_{\alpha} \| R'_s - \hat{R}_s \|_F^2 = \min_{\alpha} \| \hat{A}_x^+ R_{xy} ((\hat{A}'_y)^H)^+ - \hat{A}_y^+ R_{yy} ((\hat{A}'_y)^H)^+ \|_F^2 \quad (19)$$

可得与之对应的  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K$  的顺序。

通过调整式(19)中  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K$  的顺序, 便能通过优化实现配对。显然若无任何先验信息, 易知共存在  $K!$  个  $\hat{A}_x$ , 需求  $K!$  次 Moore-Penrose 逆, 其运算量较大。

## 2.2 优化过程

本文通过一个  $K \times K$  维置换矩阵  $T$  优化式(19)的过程, 若  $T_{ij}$  为矩阵  $T$  的第  $i$  行  $j$  列元素, 则

$$\begin{cases} \forall T_{ij} \in \{0, 1\} \\ \sum_{i=1}^K T_{ij} = 1 & j = 1, 2, \dots, K \\ \sum_{j=1}^K T_{ij} = 1 & i = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (20)$$

若保持  $\{\beta_k\}_{k=1}^K$  的顺序不变, 对应的来波与阵列  $X$  的夹角可表示为  $[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_K]^T$ , 则所估计的两线阵阵列流型为  $\hat{A}_y, \hat{A}_x T$ 。

若  $A_x T \approx A_x$ , 则  $\hat{A}_x^+ \approx T A_x^+$ , 式(18)可化为

$$R'_s = \hat{A}_x^+ R_{xy} ((\hat{A}'_y)^H)^+ \approx T A_x^+ (A_x R_s (A'_y)^H) ((\hat{A}'_y)^H)^+ \approx T R_s \quad (21)$$

若忽略噪声影响, 由式(15)、(21)可得

$$R'_s \approx T \hat{R}_s \quad (22)$$

显然当信源独立时,  $\text{rank}\{\hat{R}_s\} = \text{rank}\{R'_s\} = K$ , 可直接由  $T = R'_s (\hat{R}_s)^{-1}$  得出  $T$ , 再将  $T$  修正成式(20)的形式, 即可得出  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K, \{\beta_k\}_{k=1}^K$  的置换矩阵  $T$ 。但当信源较多时, 矩阵求逆的运算量较大, 且当存在相干源时,  $\text{rank}\{\hat{R}_s\} = \text{rank}\{R'_s\} < K$ , 此时  $\hat{R}'_s$  不可逆,  $T$  无法由式(22)求出。

本文根据  $T$  的特殊结构, 提出一种简单有效的求解方法。令

$$J_{\text{PMLS}} = \min_T \| R'_s - T \hat{R}_s \|_F^2 = \min_T \| (\hat{A}_x^+ R_{xy} ((\hat{A}'_y)^H)^+ - T \cdot (\hat{A}_y^+ R_{yy} ((\hat{A}'_y)^H)^+) \|_F^2 \quad (23)$$

显然, 与式(19)相比, 式(23)只需求一次  $\hat{A}_x$  的 Moore-Penrose 逆, 但仍需进行  $K!$  次运算。

当信源数  $K$  较大时, 式(23)的运算量仍较大。对式(23)进一步降维(MPMLS), 令  $T$  的第  $i$  行为  $T_i, R'_s$  的第  $i$  行记为  $R'_{si}$ , 则理想情况下

$$R'_{si} = T_i \hat{R}_s \quad (24)$$

优化式(24)可得

$$J_{\text{MPMLS}} = \min_{T_i} \| R'_{si} - T_i \hat{R}_s \|_F^2 \quad (25)$$

易知  $T_i$  的解为  $e_1 = [1 \ 0 \ \dots \ 0], e_2 = [0 \ 1 \ \dots \ 0], \dots, e_K = [0 \ 0 \ \dots \ 1]$  中的一个, 且  $T$  每行的解各异, 因此只需计算  $K + (K-1) + \dots + 3 + 2 = (K-1)(K+2)/2$  次式(30), 即可得出  $T$ , 且每次式(25)的计算量小于式(23)。

## 2.3 配对算法步骤

- a) 预处理, 估计来波与 L 阵两线阵的夹角  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K, \{\beta_k\}_{k=1}^K$ ;
- b) 分别用式(12)、(21)估计本文的两个信源协方差矩阵;
- c) 优化式(23)或式(25), 得出配对置换矩阵  $T$ ;
- d) 由  $T$  获得  $\{\alpha_k\}_{k=1}^K, \{\beta_k\}_{k=1}^K$  的对应关系, 并由式(7)得出目标的方位角和俯仰角。

### 3 仿真

本文设计了4个仿真实验,其中:仿真1、2分别验证独立源和相干源时本文算法在不同信噪比下的性能;仿真3验证算法性能在固定低信噪比下随快拍数的变化;仿真4验证算法在多目标时的配对性能。

设仿真条件为:线阵阵元数  $M=N=10$ ;阵元间距  $d_x = d_y = \lambda/2$ ;高斯白噪声背景,来波与两个线阵的一维 DOA 估计采用 LS-ESPRIT 算法,仿真均为 500 次,仿真 1~3 均为入射方向为  $(30^\circ, 40^\circ)$ 、 $(50^\circ, 45^\circ)$  的两等强度信号源。其中:CCM 法指应用互相关矩阵配对的方法(文献[7]),Hermite 法指文献[9]提出的以估计的“信号协方差矩阵”是否为 Hermite 矩阵为判定准则的配对方法。

仿真1:若两入射信号为独立源,快拍数为 200,信噪比(SNR)从  $-10$  dB 增至  $10$  dB,仿真所得各方法的配对成功率如图 2 所示。由图 2 可知:低信噪比时,本文算法及改进算法的鲁棒性高于文献[7,9],运算量较小的 MPMLS 法在低信噪比时能略逊于 PMLS 法。

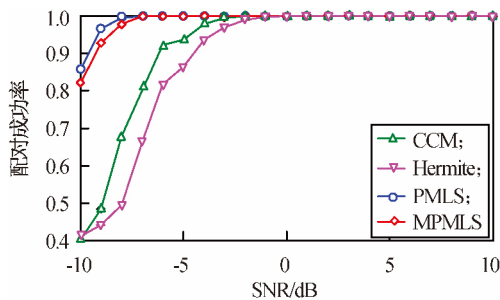


图 2 不同信噪比下独立源配对成功率

Fig. 2 Detection probability under various SNR for independent signal sources

仿真2:当两入射信号为相干源时,快拍数仍为 200,仿真所得各方法的配对成功率如图 3 所示。由图 3 可知:仿真结果与独立源时相似,低信噪比时本文算法的鲁棒性依然较高。

仿真3:当信噪比固定为  $-5$  dB,快拍数从 10 增至 200,仿真所得各方法的配对成功率如图 4 所示。由图 4 可知:因本文配对算法采用了最大似然准则,在小快拍数下仍有较高的鲁棒性。

仿真4:阵列结构不变,信噪比为  $10$  dB,快拍数为 500,4 个目标的入射角分别为  $(30^\circ, 48^\circ)$ 、 $(50^\circ, 49^\circ)$ 、 $(70^\circ, 44^\circ)$ 、 $(85^\circ, 30^\circ)$ ,后两个目标为相干源,

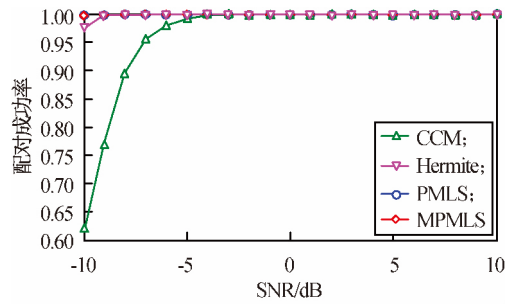


图 3 不同信噪比相干源配对成功率

Fig. 3 Detection probability under various SNR for coherent signal sources

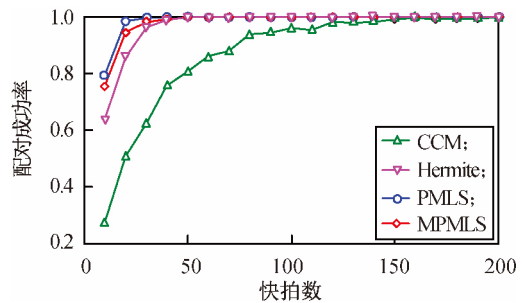


图 4 SNR = -5 dB 时不同快拍数下配对成功率

Fig. 4 Detection probability under various number of snapshots with SNR = -5 dB

用本文 PMLS 算法配对的俯仰-方位图如图 5 所示。由图 5 可知:配对后不存在模糊现象,说明了本文算法对多目标情况的实用性。

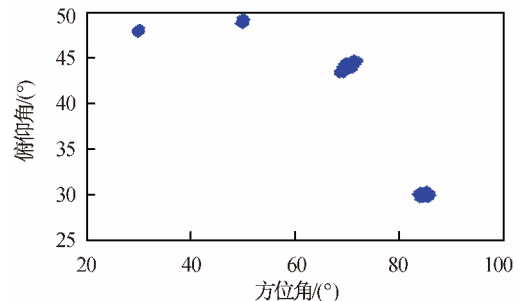


图 5 多目标时配对后俯仰-方位图

Fig. 5 Results after pair-matching for azimuths and elevations

### 4 结束语

在分别用两个线阵估计出两组一维 DOA 的基础上,本文先通过 L 阵一个线阵的接收数据和所估计的一维 DOAs 得出一个信源协方差矩阵,再同时用两个线阵接收数据的互相关矩阵和两组一维

DOAs 获得第二个信源协方差矩阵,两个信源协方差矩阵在两组一维 DOAs 对应时是等价的,最后用一个置换矩阵结合这两个协方差矩阵,并用优化方法得出——对应的两组一维 DOAs,实现配对去模糊的目的。与前人的配对算法相比,本文算法较好地解决了相干源的配对难题,同时由于利用了最大似然估计,在低信噪比、小快拍数下仍有较高的鲁棒性。但与其他配对算法类似,本文算法也存在配对成功率随目标数增加而下降的缺点,后续将进一步研究。

#### 参考文献

- [1] 黄家才,石要武,陶建武. 多径循环平稳信号二维波达方向估计——极化域平滑法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(5): 1110-1114.
- [2] PALANISAMY P, KALYANASUNDARAM N, SWETHA P M. Two-dimensional DOA estimation of coherent signals using acoustic vector sensor array [J]. *Signal Processing*, 2012, 98: 19-28.
- [3] GU J F, WEI P. Joint SVD of two cross-correlation matrices to achieve automatic pairing in 2-D angle estimation problems[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2007, 6: 553-556.
- [4] CHENG Q, ZHAO Y M, YANG J. Improvement of 2-D DOA estimation based on L-shaped array[C]// 10th International Symposium on Antennas, Propagation & EM Theory (ISAPE), 2012. Xi'an: [s. n.], 2012; 1233-1236.
- [5] AL-JAZZAR S O, MCLERNON D C, SMADI M A. SVD-based joint azimuth/elevation estimation with automatic pairing[J]. *Signal Processing*, 2010, 90: 1669-1675.
- [6] GU J F, ZHU W P, SWAMY M N S. Performance analysis of 2-D DOA estimation via L-shaped array [C]// 25th IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering (CCECE), 2012. Montreal: [s. n.], 2012; 1-4.
- [7] LIANG J L, LIU D. Joint elevation and azimuth direction finding using L-shaped array[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, 58(6): 2136-2141.
- [8] QADIR S G, FAN Y Y. A comment on "joint elevation and azimuth direction finding using L-shaped array"[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(7): 3546-3547.
- [9] SHOHEI K, HIROYUKI T, AKIRA S. Pair-matching method for estimating 2-D angle of arrival with a cross-correlation matrix[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2006, 5: 35-39.
- [10] GAN L, WEI P. Comments on "pair-matching method for estimating 2-D angle of arrival with a cross-correlation matrix"[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2008, 7: 807.
- [11] 陈根华, 陈伯孝, 杨明磊. 分布式相参阵列及其二维高精度方向估计[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(11): 2621-2627.
- [12] WANG G M, XIN J M, ZHENG N N, et al.. Computationally efficient subspace-based method for two-dimensional direction estimation with L-shaped array [J]. *IEEE Trans on SP*, 2011, 59(7): 3197-3212.
- [13] 李鹏飞, 张旻, 钟子发. 基于空间角稀疏表示的二维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(10): 2402-2406.
- [14] WANG G M, XIN J M, ZHENG N N. Two-dimensional direction-of-arrival estimation of coherent signals with L-shaped array[C]// 2010 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. Jerusalem: IEEE, 2010; 261-264.
- [15] GU J F, WEI P, TAI H M. 2-D direction-of-arrival estimation of coherent signals using cross-correlation matrix[J]. *Signal Processing*, 2008, 88: 75-88.