

# 基于刚体自由转动的连续推力消旋方法研究

卿金瑜<sup>1</sup>, 武海雷<sup>2</sup>, 师鹏<sup>1</sup>, 赵育善<sup>1</sup>

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191;

2. 上海航天控制技术研究所, 上海 201109)

**摘要:**针对空间失效卫星或废弃碎片转速过快,难以对其直接处理的问题,提出了一种基于刚体转动的连续小推力消旋方法。分析了轴对称消旋目标的运动特性,设计了消旋方法。将轴对称消旋目标的消旋方法推广到一般的消旋目标上,通过变换欧拉方程得到消旋目标各角速度分量的变化趋势和最终状态。通过一般消旋目标的仿真实验验证了该方法的可行性。结果表明:按给定顺序和方向施加单轴外力矩,能够有效降低消旋目标的转速。区别于传统的控制方法,最优控制方法需要精确测量消旋目标的实时状态信息,而分步消旋方法只需分辨角速度分量的正负,且控制力矩只需反向变化,推力器无需摆动,因此降低了对控制系统的要求。

**关键词:**失效卫星;消旋;连续小推力;欧拉方程;最优控制

中图分类号:V412.4 文献标志码:A

DOI:10.19328/j.cnki.1006-1630.2018.03.013

## Study on Method of Continuous Thrust Despun Based on Free Rotation of Rigid Body

QING Jinyu<sup>1</sup>, WU Hailei<sup>2</sup>, SHI Peng<sup>1</sup>, ZHAO Yushan<sup>1</sup>

(1. School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Shanghai Institute of Spaceflight Control Technology, Shanghai 201109, China)

**Abstract:** Because the rotation speed of disabled satellite and space debris is too fast to be captured directly, a continuous low-thrust method based on rigid body rotation dynamics is proposed. First, the motion characteristics of axisymmetric target are analyzed, and the method of despun control scheme is designed. Then, the despun method of the axisymmetric target is applied to general target, the changing trend and final state of each angular velocity of the target are obtained by transforming the Euler equation. Finally, the feasibility of the method is verified by simulation experiment of general target despun. The results show that in a given sequence and direction, the single axis external torque can effectively reduce the rotation speed of the target. Compared to the traditional optimal control method, step-by-step despun method proposed in this paper only needs to distinguish the positive angular velocity from the negative angular velocity, and the control moment just needs to reversely change, without the thruster swing, while the optimal control method needs to know real-time status information by accurate measurement of despun target. Thus, the method proposed in this paper reduces the requirements on the control system.

**Keywords:** disabled satellite; despun; continuous low-thrust; Euler equation; optimal control

## 0 引言

随着航天事业的不断发展,人类每年都会向太空发射大量的航天器<sup>[1-4]</sup>,以满足各种航天任务的需要。与此同时,太空中因故障或寿命失效的航天器

及长年积累的太空垃圾越来越多,对在轨航天器的安全运行构成了严重威胁。为解决这一问题,在轨主动移除(active debris removal)失效航天器和空间碎片已迫在眉睫。而主动移除技术的关键是实施在

收稿日期:2018-01-15;修回日期:2018-02-10

基金项目:国家自然科学基金(11572019)

作者简介:卿金瑜(1991—),男,硕士研究生,主要研究方向为飞行器总体设计,动力学与控制。

轨捕获,由于失效航天器在空间中可能存在转速过快的问题,这就给捕获带来了巨大挑战。若是能在捕获前对目标进行消旋处理,降低其转速,将有利于后续抓捕和回收。

国内外许多学者开展了与非合作目标在轨服务相关的研究<sup>[5-7]</sup>,但消旋技术尚处在发展阶段。按照消旋力矩是否与目标接触可将消旋分为接触式和非接触式两种方法。接触式方法主要有机械臂消旋和粘附式消旋,适用于较大目标的快速消旋,机械臂消旋是利用其末端执行器与非合作目标相接触而产生的力矩消旋,而粘附式消旋则是将纳米卫星直接附着在目标上,通过自带的发动机产生力矩消旋;非接触式消旋主要有气动消旋、静电消旋和电磁消旋等,由于无需与目标相接触,减小了碰撞的危险,可在安全距离外降低目标转速。文献[8]提出了利用减速刷消旋的方法,该方法适用于单轴自旋目标,但在实施消旋前需要服务航天器进行复杂绕飞。文献[9-10]提出了利用空间绳系机器人消旋的方法,该方法可在线辨识目标质量及惯性参数,能够快速稳定目标姿态,但在防止系绳缠绕方面还有待研究。文献[11]提出了利用库仑力静电消旋的方法,该方法可在安全距离外提供毫牛级的消旋力直至消旋完成,但不适合较大质量目标的消旋,另外在消旋过程中的充放电控制算法还有待研究。为此,本文提出一种简单、直接的附着式连续小推力消旋方法,在目标合适的位置附着纳米卫星,利用纳米卫星自带的动力装置对目标转速进行衰减。本文通过分步消旋的策略来研究空间目标的消旋,首先探讨了轴对称目标的消旋方法,然后在轴对称目标消旋方法的启发下,研究了更为普遍的一般目标消旋方法,得到了消旋步骤。最后通过仿真验证了消旋方法的有效性。

## 1 目标在空间中的运动

失效卫星或空间碎片在空间中自由运动,在摄动力、光压等的长期作用下最终将趋向于自由翻滚状态,绕其最大惯量主轴旋转。在本体坐标系下,通常可将其看作自由旋转的刚体,满足欧拉方程

$$\begin{cases} J_x \dot{\omega}_x - (J_y - J_z) \omega_y \omega_z = 0 \\ J_y \dot{\omega}_y - (J_z - J_x) \omega_z \omega_x = 0 \\ J_z \dot{\omega}_z - (J_x - J_y) \omega_x \omega_y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:坐标系  $x, y, z$  为中心主轴坐标系;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$

为相对于惯性参考系的角速度在坐标系  $x, y, z$  上的分量;  $J_x, J_y, J_z$  分别为质点系对  $x, y, z$  轴的转动惯量。

## 2 目标的消旋

### 2.1 轴对称目标的消旋

消旋是通过消旋目标施加适当的外力矩,衰减或停止目标转动的动作。设目标质量以本体坐标系的  $z$  轴为对称分布,关系为<sup>[12]</sup>

$$\begin{cases} J_x = J_y = J_e \\ J_z = J_p \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)可得

$$\begin{cases} J_e \dot{\omega}_x - (J_e - J_p) \omega_y \omega_z = 0 \\ J_e \dot{\omega}_y - (J_p - J_e) \omega_z \omega_x = 0 \\ J_p \dot{\omega}_z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

因此空间中轴对称目标的运动满足式(3)。通常情况下,消旋目标绕最大惯性主轴的旋转速度最快。从式(3)可看出,方程组的第3个方程独立于其他2个方程,因此考虑首先消除绕最大惯性主轴( $z$ 轴)方向的旋转速度。对  $z$  轴施加与角速度方向相反的力矩  $M_z$ , 这时欧拉方程变为

$$\begin{cases} J_e \dot{\omega}_x - (J_e - J_p) \omega_y \omega_z = 0 \\ J_e \dot{\omega}_y - (J_p - J_e) \omega_z \omega_x = 0 \\ J_p \dot{\omega}_z = M_z \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)的第3式可得

$$\omega_z \Big|_0^t = \frac{1}{J_p} \int_0^t M_z dt \quad (5)$$

通过给定初始值,由式(5)可求得使  $\omega_z$  减小到0所用的时间。

在消旋过程中  $\omega_z$  不恒为0,由式(4)前2式可得

$$\dot{\omega}_x \omega_x = -\dot{\omega}_y \omega_y \quad (6)$$

则有

$$\omega_x^2 + \omega_y^2 = C_1 \quad (7)$$

式(7)表明:在对最大惯量主轴进行消旋的过程中,绕  $x$  轴,  $y$  轴转动的总能量不变,始终为一常数,  $C_1$  可由给定的初始角速度值求得。可以发现,先对最大惯量主轴进行消旋不会消耗发动机多余的燃料。因此,该消旋方法是一种较好的消旋方式。

当  $\omega_z$  衰减为0或小量时,停止施加  $M_z$ , 式(3)变为

$$\begin{cases} J_e \dot{\omega}_x = 0 \\ J_e \dot{\omega}_y = 0 \\ \omega_z = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式(8)中不存在耦合关系,分别对  $x, y$  轴施加力矩  $M_x, M_y$  便可消旋,于是有

$$\begin{cases} J_e \dot{\omega}_x = M_x \\ J_e \dot{\omega}_y = M_y \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可得

$$\begin{cases} \omega_x |_0^t = \frac{1}{J_e} \int_0^t M_x dt \\ \omega_y |_0^t = \frac{1}{J_e} \int_0^t M_y dt \end{cases} \quad (10)$$

给定初始条件,由式(10)可得到对  $x, y$  轴消旋所用的时间,至此整个消旋过程完成。

## 2.2 一般目标的消旋

设  $J_z > J_y > J_x$ , 受轴对称目标消旋方法的启发,同样考虑先对  $z$  轴施加控制力矩  $M_z$ , 则式(1)可表示为

$$\begin{cases} J_x \dot{\omega}_x = (J_y - J_z) \omega_y \omega_z \\ J_y \dot{\omega}_y = (J_z - J_x) \omega_x \omega_z \\ J_z \dot{\omega}_z - M_z = (J_x - J_y) \omega_x \omega_y \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)前 2 式左右交叉相乘,整理可得

$$\begin{aligned} [J_x(J_z - J_x) \dot{\omega}_x \omega_x - \\ J_y(J_y - J_z) \omega_y \dot{\omega}_y] \omega_z = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

由于  $\omega_z$  不恒为 0, 则式(12)的解为

$$J_x \dot{\omega}_x (J_z - J_x) \omega_x - (J_y - J_z) \omega_y J_y \dot{\omega}_y = 0 \quad (13)$$

对式(13)积分,整理可得

$$J_x(J_z - J_x) \omega_x^2 + J_y(J_z - J_y) \omega_y^2 = C_2 \quad (14)$$

式中:  $C_2$  为与初始条件相关的常数。由式(14)可知,当只有  $M_z$  作用时,  $\omega_x$  和  $\omega_y$  满足椭圆约束关系。若  $M_z$  与  $\omega_z$  始终反向,  $M_z$  作负功,  $\omega_z$  变化的总趋势是减小的。

下面研究  $\omega_x, \omega_z$  的变化规律,由式(11)中第 1, 3 式左右交叉相乘,整理可得

$$\begin{aligned} [J_z \dot{\omega}_z (J_y - J_z) \omega_z - M_z (J_y - J_z) \omega_z - \\ (J_x - J_y) J_x \dot{\omega}_x \omega_x] \omega_y = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $M_z \omega_z \leq 0$ 。由式(15)可得两组解

$$\begin{aligned} J_z \dot{\omega}_z (J_y - J_z) \omega_z - M_z (J_y - J_z) \omega_z - \\ (J_x - J_y) J_x \dot{\omega}_x \omega_x = 0 \\ \omega_y \equiv 0 \end{aligned} \quad (16)$$

对式(16)第 1 组解两边积分,可得

$$\begin{aligned} \frac{\omega_x^2}{2} - \frac{\omega_z^2}{2} = \\ \frac{\omega_x^2}{J_x(J_y - J_x)} - \frac{\omega_z^2}{J_z(J_z - J_y)} = \\ (J_y - J_z) \int_0^t M_z \omega_z dt + C_3 \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $C_3$  为与初值有关的常数;  $(J_z - J_y) > 0$ ;  $(J_y - J_x) > 0$ ;  $\int_0^t M_z \omega_z dt < 0$ 。由式(17)可知,  $\omega_x$  和  $\omega_z$  满足类双曲线约束关系。双曲线的焦点位置由

$$P_1 = (J_y - J_z) \int_0^t M_z \omega_z dt + C_3$$

决定。  $P_1$  为单调递增,当  $P_1 > 0$  时,焦点位于  $\omega_x$  轴上,当  $P_1 < 0$  时,焦点位于  $\omega_z$  轴上。

分析式(16)的第 2 组解,要使  $\omega_y \equiv 0$ , 则  $\dot{\omega}_y = 0$ , 代入式(13)可得

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = 0 \\ \omega_x = 0 \text{ 或 } \omega_z = 0 \\ J_z \dot{\omega}_z = M_z \end{cases} \quad (18)$$

由式(18)可知,  $\dot{\omega}_z$  不恒为 0,  $\omega_z$  也不恒为 0, 因此第 2 组解表示刚体仅围绕  $z$  轴旋转, 此时有

$$\omega_z |_0^t = \frac{1}{J_z} \int_0^t M_z dt \quad (19)$$

这时,消旋过程简化为:在  $z$  方向作用  $M_z$  直至  $\omega_z = 0$ 。

接着研究  $\omega_y, \omega_z$  的变化规律,由式(11)中第 2, 3 两式左右交叉相乘,整理可得

$$\begin{aligned} [J_z \dot{\omega}_z (J_z - J_x) \omega_z - M_z (J_z - J_x) \omega_z - \\ (J_x - J_y) J_y \dot{\omega}_y \omega_y] \omega_x = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

可得到两组解

$$\begin{cases} J_z \dot{\omega}_z (J_z - J_x) \omega_z - M_z (J_z - J_x) \omega_z - \\ (J_x - J_y) J_y \dot{\omega}_y \omega_y = 0 \\ \omega_x \equiv 0 \end{cases} \quad (21)$$

对式(21)中第 1 式两边积分,可得

$$\begin{aligned} \frac{\omega_z^2}{2} + \frac{\omega_y^2}{2} = \\ \frac{\omega_z^2}{J_z(J_z - J_x)} + \frac{\omega_y^2}{J_y(J_y - J_x)} = \\ (J_z - J_x) \int_0^t M_z \omega_z dt + C_4 \end{aligned} \quad (22)$$

式中:  $C_4$  为与初值有关的常数;  $(J_z - J_x) > 0$ ;  $(J_y - J_x) > 0$ ;  $\int_0^t M_z \omega_z dt < 0$ 。由式(22)可知,  $\omega_y$  和  $\omega_z$  满足类椭圆约束关系。椭圆的焦点位置由

$$P_2 = (J_y - J_z) \int_0^t M_z \omega_z dt + C_4$$

决定。  $P_2$  为单调递减,椭圆越来越小,  $\omega_y$  和  $\omega_z$  同时

趋于0,结合式(17)可知,此时 $\omega_x$ 趋于一固定值,且该值的大小与式(22)所表示椭圆的1/2长轴值相等。当 $\omega_y$ 和 $\omega_z$ 趋于0时,停止作用 $M_z$ ,在 $x$ 方向作用 $M_x$ ,直至 $\omega_x$ 趋于0,完成整个消旋过程。

分析式(21)的第2组解,要使 $\omega_x \equiv 0$ ,则 $\dot{\omega}_x = 0$ ,代入式(13)可得

$$\begin{cases} \dot{\omega}_y = 0 \\ \omega_y = 0 \text{ 或 } \omega_z = 0 \\ J_z \dot{\omega}_z = M_z \end{cases} \quad (23)$$

由式(23)可知, $\dot{\omega}_z, \omega_z$ 都不恒为0,因此式(23)表示刚体仅围绕 $z$ 轴旋转,此时有

$$\omega_z \Big|_0^t = \frac{1}{J_z} \int_0^t M_z dt \quad (24)$$

这时,消旋过程同样简化为,在 $z$ 方向作用 $M_z$ 直至 $\omega_z = 0$ 。

### 3 仿真

轴对称目标的消旋过程较为简单,这里不再给

出仿真算例。假设空间中有1颗失效卫星,已知该星的主转动惯量 $J_x = 9.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_y = 11.7 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_z = 18.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,则经过观测,测得卫星的初始角速度为 $\omega_x = 2.1 \text{ rad/s}, \omega_y = -3.4 \text{ rad/s}, \omega_z = 5.7 \text{ rad/s}$ 。

对 $z$ 方向施加控制力矩

$$M_z = -0.2 \text{sign}(\omega_z) \text{N}\cdot\text{m}$$

然后当 $\omega_y$ 和 $\omega_z$ 趋于0时,撤销 $z$ 方向的控制力矩,同时对 $x$ 方向施加控制力矩

$$M_x = -0.2 \text{sign}(\omega_x) \text{N}\cdot\text{m}$$

当 $\omega_x = 0$ 时,消旋完成。

第1步,对 $z$ 轴施加控制力矩

$$M_z = -0.2 \text{sign}(\omega_z) \text{N}\cdot\text{m}$$

仿真时间700 s,消旋过程如图1所示。

图1显示了失效卫星旋转速率整体变化趋势,图1中a为消旋过程的局部放大图,图中 $\omega_y$ 和 $\omega_z$ 之间的类椭圆约束关系清晰可见,与2.2节推导的方程相符。图2~4分别显示了单个方向上角速度的变化规律,随着时间的变化,各个方向上的角速度都

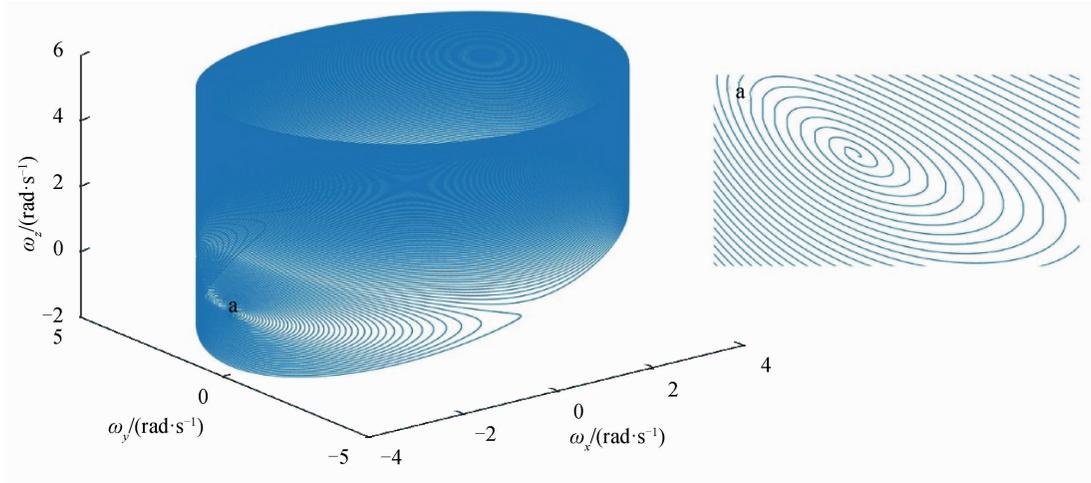


图1 旋转速率整体变化趋势

Fig. 1 Changing trend of rotation rate

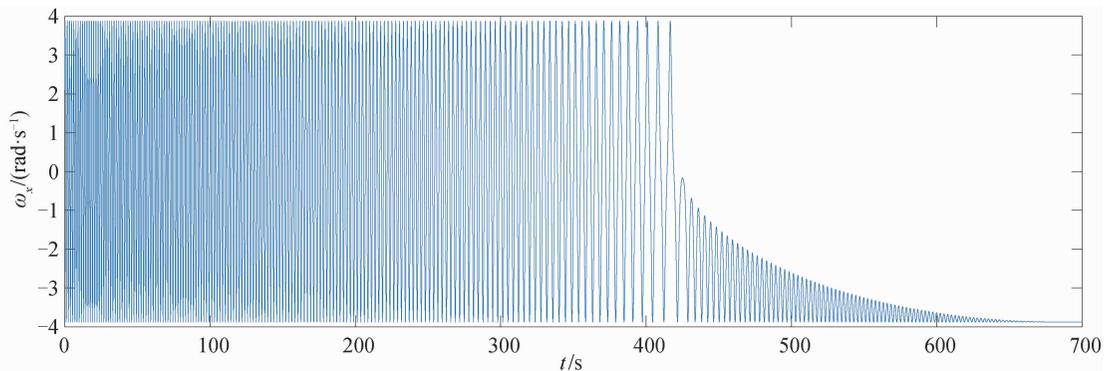


图2  $\omega_x$  旋转速率响应

Fig. 2 Rotation rate response of  $\omega_x$

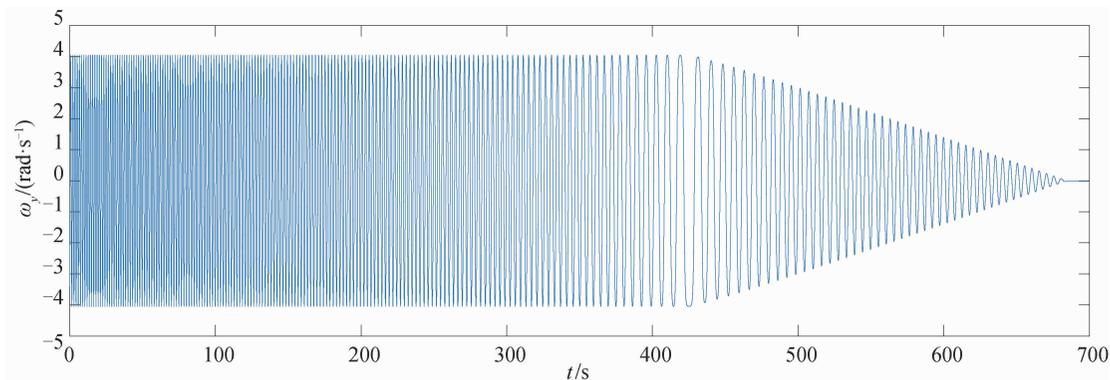


图 3 ω<sub>y</sub> 旋转速率响应

Fig. 3 Rotation rate response of ω<sub>y</sub>

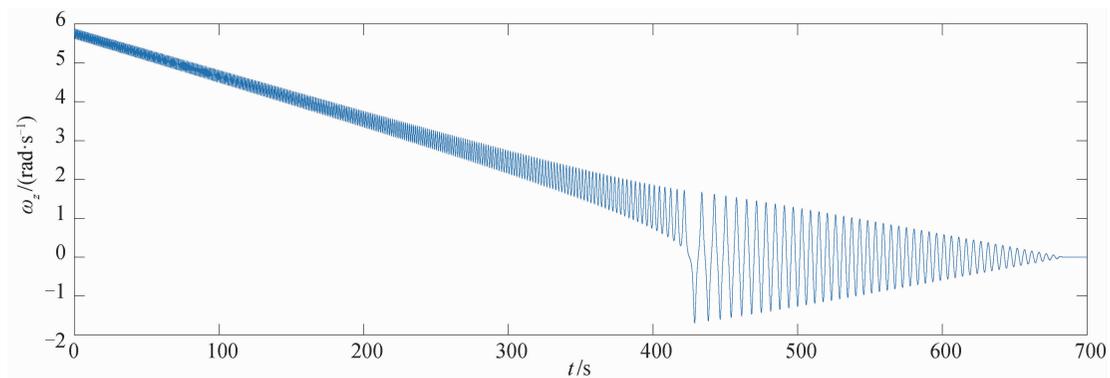


图 4 ω<sub>z</sub> 旋转速率响应

Fig. 4 Rotation rate response of ω<sub>z</sub>

达到了预想状态。大约在 683 s 时, ω<sub>z</sub> 减小到 0 附近, ω<sub>y</sub> 减小到 13.57 mrad/s 附近, ω<sub>x</sub> 趋于一固定值, 该值的大小与式(22)所表示的椭圆的其中一个半长轴值相等。ω<sub>y</sub> 未趋于 0 是由于施加的外力矩值过大造成, 考虑实际情况, 13.57 mrad/s 的转速已能满足工程实践需要, 这里不在进一步对 ω<sub>y</sub> 进行消旋处理。

第 2 步, 在 683 s 时, 停止作用 M<sub>z</sub>, 同时对 x 轴施加控制力矩 M<sub>x</sub> = -0.2sign(ω<sub>x</sub>)N, 仿真时间 200 s, 消旋过程如图 5、6 所示。图 5 为失效卫星整体旋转速率变化趋势, 图 6 为各分量随时间变化过程图, 两幅图中可以清楚看到 ω<sub>x</sub> 不断减小, ω<sub>y</sub> 和 ω<sub>z</sub> 也在很小的范围内变化, 大约在 176 s, ω<sub>x</sub> 减小到 0 附近, 此时停止施加外力矩, 消旋完成。

#### 4 结束语

本文针对空间中失效卫星或空间碎片的消旋问题, 探讨了轴对称目标和一般目标的消旋过程, 得到

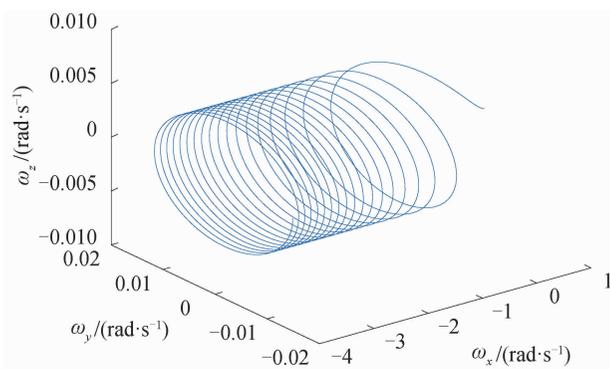


图 5 旋转速率整体变化趋势

Fig. 5 Changing trend of rotation rate

了消旋步骤。通过给定的消旋顺序和方向作用控制力矩, 消旋目标能有效降低旋转速度, 实现消旋目的。通过仿真算例对该方法的可行性进行了校验, 校验结果与预期一致。相较于其他消旋方法, 该方法更为简单直接, 且对控制系统的要求较低, 更易实现。研究对惯性参数识别技术依赖较大, 目前精度

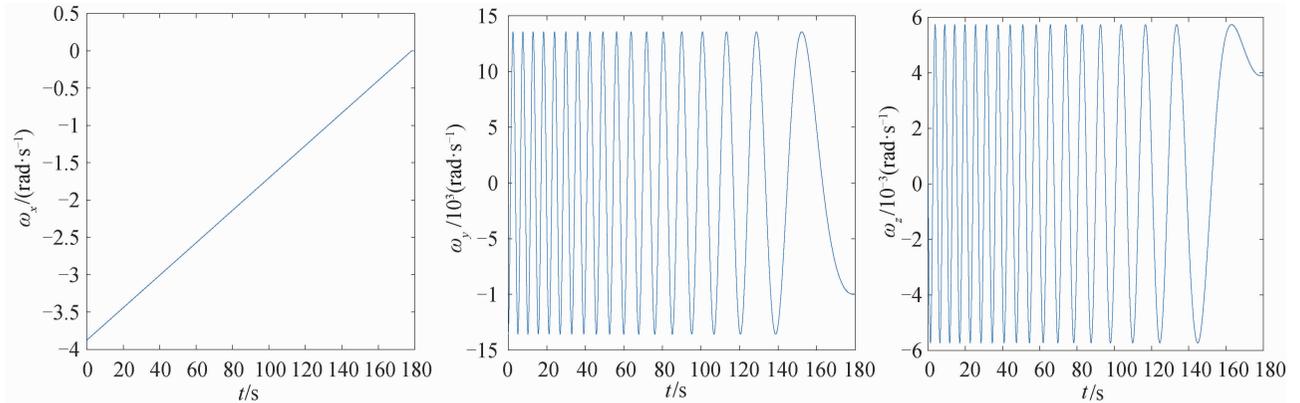


图6 各分量响应

Fig. 6 Response of each component

较高的识别方法主要还是接触式识别,但有的目标难以直接接触,因此后续可在非接触式目标惯性参数估计方面展开研究。

#### 参考文献

- [1] ANDREW M L, RICHARDS M G, HASTINGS D E. On-orbit servicing: a new value proposition for satellite design and operation [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2007, 44(4): 23-28.
- [2] 张森, 石军, 王九龙. 卫星在轨失效统计分析[J]. *航天器工程*, 2010, 19(4): 41-46.
- [3] 李岩, 党常平. 空间在轨服务技术进展[J]. *兵工自动化*, 2012, 31(5): 79-82, 86.
- [4] 闫海平, 和宇硕, 冯月, 等. 失效卫星再利用系统方案设想[J]. *航天器工程*, 2014, 23(5): 12-17.
- [5] 崔乃刚, 王平, 郭继峰, 等. 空间在轨服务技术发展综述[J]. *宇航学报*, 2007, 28(4): 805-811.
- [6] STAMM S, MOTAGHEDI P. Orbital express capture system: concept to reality [C]// *Spacecraft Platforms and Infrastructure*, Albuquerque: SPIE, 2004: 78-91.
- [7] 曹喜滨, 李峰, 张锦绣, 等. 空间碎片天基主动清除技术发展现状及趋势[J]. *国防科技大学学报*, 2015, 37(4): 117-120.
- [8] NISHIDA S I, KAWAMOTO S. Strategy for capturing of a tumbling space debris [J]. *Acta Astronautica*, 2011, 68(1): 113-120.
- [9] WANG D, HUANG P, MENG Z. Coordinated stabilization of tumbling targets using tethered space manipulators [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(3): 2420-2432.
- [10] HUANG P, ZHANG F, MENG Z, et al. Adaptive control for space debris removal with uncertain kinematics, dynamics and states [J]. *Acta Astronautica*, 2016, 128: 416-430.
- [11] BENNETT T, SCHAUB H. Touchless electrostatic three-dimensional detumbling of large axi-symmetric debris [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2015, 62(3): 233-253.
- [12] 赵育善, 师鹏. 航天器飞行动力学建模理论与方法 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012: 44-48.

(本文编辑: 姚麒伟)