# 主辅拦截器协同制导方法研究

邵长兴,孙 玄,张 迪,刘 慧,张佳梁 (上海机电工程研究所,上海 201109)

摘 要:随着现代导弹技术的发展,导弹的突防能力越来越强,对导弹的防御难度也逐渐增大。为增强拦截器 的杀伤力并降低成本,可利用主辅拦截器协同制导对目标进行拦截。建立了拦截器与目标的相对运动模型,通过 对运动方程进行线性化分析,发现协同制导问题实质为具有终端时间限制条件的导引问题,该问题可转化为线性 化系统的最优控制问题。利用最优控制中的极小值原理设计了时间协同制导律。仿真结果表明:该制导律可实现 多枚拦截器在同一时刻拦截目标的协同制导要求。

关键词:主辅栏截器;协同制导;最优控制;比例导引;期望时间 中图分类号:TJ765.3 文献标志码:A DOI:10.19328/j.cnki.1006-1630.2018.03.015

#### Study on Collaborative Guidance Control Method for Main and Auxiliary Interceptors

SHAO Changxing, SUN Xuan, ZHANG Di, LIU Hui, ZHANG Jialiang

(Shanghai Institute of Electromechanical Engineering, Shanghai 201109, China)

Abstract. With the development of modern missile technology, the penetration capability of missile has become increasingly strong, and the difficulty of missile defense is also gradually increased. In order to improve interceptor's lethality and lower the cost, main and auxiliary interceptors can be used to intercept targets through collaborative guidance. The relative motion model of interceptor and target is established. Through the analysis of the linear equation motion, it is found that the collaborative guidance problem is, in essence, a guidance problem with time constraints. Therefore, the problem can be transformed into the linear optimal control problem. In this paper, the time collaborative guidance law is designed by using the optimal control minimum theory. The collaborative guidance simulation results show that this guidance law can achieve the requirements that multiple interceptors intercept targets at the same time through the collaborative guidance.

Keywords: main and auxiliary interceptors; collaborative guidance; optimal control; proportional navigation; designated time

0 引言

随着现代导弹技术的发展,导弹的突防能力已 越来越强。任何一次拦截失误都有可能带来毁灭性 的打击,这就对防空导弹和拦截器提出了更高要求。 为提升拦截器的杀伤力并降低成本,可利用主辅拦 截器同时对目标进行拦截。主拦截器与辅拦截器采 用时间协同的制导律,进行协同制导,在同一时刻实 现对目标的拦截摧毁,以增强杀伤力<sup>[1]</sup>。

目前,国内外对协同控制的研究较多,但主要集中在无人机(UAV)和机器人领域<sup>[2-7]</sup>。随着现代防

御技术的发展,为增强导弹的杀伤力和突防能力,导 弹的协同制导和饱和攻击也逐渐成为研究热点。文 献[8]针对反舰导弹在面对舰艇配备的近程防御武 器系统(CIWS)时突防能力较弱的问题,提出了一种 利用多角度、同时刻饱和式攻击进行突防的策略,通 过控制导弹依次经过预先设定的期望通过的位置 点,使导弹按预设轨道命中目标,最终实现一种同时 具有攻击角度和攻击时间约束的协同制导律。文献 [9-12]以反舰导弹为研究对象,基于最优控制理论, 设计了可对导弹攻击时间进行控制的制导律。该制

收稿日期:2015-11-13;修回日期:2016-03-18

作者简介:邵长兴(1987—),男,硕士研究生,工程师,主要研究方向为导引律设计和制导控制系统总体设计。

导律通过设定期望攻击时间,引入1个时间误差反 馈,控制弹道轨迹弯曲以实现协同攻击。但文献未 给出设定期望攻击时间的具体方法和工程可用的时 间误差计算方法。文献[13-15]介绍了一种基于协 调变量的协同控制方法,针对需进行协同控制的多 弹协同,提出了协调变量和协调函数的概念,协同控 制的单位间需实现信息的共享与交换,但此法对飞 行器间的通信提出了较高要求,在工程应用中尚有 一定困难。综合上述文献可以发现,国内外对多拦 截器拦截高速目标的协同制导方法的研究较为缺 乏,相关研究多针对 UAV 和反舰导弹,此类拦截器 按照预设的弹道轨迹飞行,仅能攻击固定目标或舰 船类低速目标。高速飞行的拦截器一般采用固体发 动机,速度不可任意调节,不能停止、盘旋和倒退,目 目标多为高速飞行器,无法采用类似反舰导弹预设 弹道轨迹的方法进行协同攻击。

本文针对上述拦截器的特点,通过预先设定期 望命中时间,将时间协同问题转换为时变系统、末值 型性能指标和末端受约束(即命中时间约束)的最优 控制问题,可采用极小值原理进行求解,同时采用基 于比例导引律的时间协同制导律设计,使导弹无需 按照预设的弹道轨迹飞行,具备自主飞行拦截高速 目标的能力。

1 拦截器-目标相对运动模型

设计协同制导律前,需先建立拦截器与目标的 相对运动模型,本文以1枚拦截器为例。为便于分 析,设拦截器I与目标T在同一平面内,所建模型如 图1所示。





其中:目标 T 静止于点( $X_i$ , $Y_i$ );v 为拦截器速 度且速率保持恒定; $\theta$  为拦截器速度向量与基准线 间的夹角;拦截器法向加速度指令 a 由 2 个不同的 指令组成,一个是用于减小脱靶量的反馈指令  $a_B$ , 另一个是用于调节拦截时间的附加指令 a<sub>F</sub>。则拦 截器的运动学方程可表示为

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = v\cos\theta\\ \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = v\sin\theta\\ \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{a}{v} \end{cases}$$
(1)

式中:X,Y分别为拦截器的横、纵向坐标;t为拦截器飞行时间。初始和终端条件分别为

$$\begin{cases} X(0) = 0, \quad Y(0) = 0, \quad \theta(0) = 0\\ X(t_{\rm f}) = X_{\rm f}, \quad Y(t_{\rm f}) = Y_{\rm f}, \quad t_{\rm f} = t_{\rm p} \end{cases}$$
(2)

式中: $t_i$  为拦截器命中目标时间; $t_p$  为事先指定的期 望拦截时间; $t_p$  的选值应>或=拦截器最长飞行时 间,即对任意的 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , 有 $t_p \ge \max\{\hat{t}_i\}$ ,其 中,n 为拦截器数量。当所有拦截器都经过同一期 望时间实现目标拦截,就可实现时间协同制导。

由建立的运动模型可知,时间协同制导实质为 具有终端时间(t<sub>p</sub>)限制条件的导引问题,该问题可 转为线性化系统的最优控制问题。其状态方程为

$$\frac{\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}X}}{\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}X}} = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y\\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\\ \frac{1}{v^2} \end{bmatrix} a_{\mathrm{B}} + \begin{bmatrix} 0\\ \frac{1}{v^2} \end{bmatrix} a_{\mathrm{F}} \quad (3)$$

为便于后续的分析处理,对式(3)中各元素进行 如下变换,转为无量纲参数:  $t' = \frac{t}{t_{\rm f}}, x = \frac{X}{v t_{\rm f}}, y =$  $\frac{Y}{v t_{\rm f}}, u_{\rm B} = \frac{a_{\rm B}}{v/t_{\rm f}}, u_{\rm F} = \frac{a_{\rm F}}{v/t_{\rm f}}, \text{则状态方程可变为}$  $\begin{bmatrix} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \\ \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_{\rm B} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_{\rm F}$ (4)

式中:θ为小量;x为独立参数。

线性化模型建立后,在此模型上可用最优控制 理论中的极小值原理设计制导律。

## 2 拦截时间可控的协同制导律

根据研究对象的特点,可设计一种拦截时间可 控的协同制导律(ITCG)。

根据最优控制原理中的极小值原理,由式(4)可 写出代价函数

$$J = \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_f} (u_{\rm B}(x))^2 dx$$
 (5)

式中: x<sub>0</sub>, x<sub>f</sub>分别为独立参数 x 的初值和终值。考虑

拦截器平均速度 v 不可控,取其为常数,拦截时间约 束可表示为关于拦截器飞行航程的约束,即

$$\int_{X_0}^{X_f} \sqrt{1 + (\theta(x))^2} dx = ut_f$$
(6)

同样可转化为

$$\int_{x_0}^{x_f} \sqrt{1 + (\theta(x))^2} dx = 1$$
 (7)

该线性最优化问题可用极小值法解析求解。该问题 的哈密尔顿函数为

$$H = \frac{1}{2} (u_{\rm B})^2 + \lambda_y \theta + \lambda_\theta (u_{\rm B} + u_{\rm F}) \qquad (8)$$

式中: $\lambda_{y},\lambda_{\theta}$ 为协状态。针对本文控制无约束的情况,哈密尔顿函数 H 对最优控制解取驻值,对应条 件为 $\partial H/\partial u = 0$ 。

根据最优性条件可得最优制导指令

$$u_{\rm B} = -\lambda_{\theta} = -v_{y}(x_{\rm f} - x) \tag{9}$$

式中: vy 为满足终端条件的连续参数。代入式(4) 可得

$$v_{y} = -\frac{3[y_{f} - \theta_{0}x_{f} - \frac{1}{2}u_{F}(x_{f})^{2}]}{(x_{f})^{3}} \qquad (10)$$

因此,初始时刻的反馈制导指令可写为 u<sub>F</sub> 的函数,即

$$u_{\rm B} = 3 \left[ \frac{y_{\rm f}}{(x_{\rm f})^2} - \frac{\theta_0}{x_{\rm f}} \right] - \frac{3}{2} u_{\rm F}$$
(11)

则连续时间反馈控制律为

$$u_{\rm B} = u_{\rm P} - \frac{3}{2}u_{\rm F} \qquad (12)$$

式中:  $u_{\rm P}$  为比例系数为3的纯比例导引给出的控制 量,  $u_{\rm P} = 3(y_{\rm go} - \theta x_{\rm go}) / (x_{\rm go})^2$ ,其中,  $x_{\rm go} = x_{\rm f} - x$ ;  $y_{\rm go} = y_{\rm f} - y_{\rm o}$ 由式(12)可知:时间协同制导的实质 是在比例导引律(PNG)的基础上,通过增加1个修 正项 $\frac{3}{2}u_{\rm F}$  实现对导引时间的控制,协同制导问题转 为确定附加指令  $u_{\rm F}$ 。

将式(12)代入式(4),由积分运算求得用 *x* 多 项式表示的航向角 *θ*(*x*) 为

 $\theta(\eta) = \alpha \eta^{2} + \beta \eta + \gamma, \quad \eta \in [x, x_{\rm f}] \quad (13)$  $\vec{x} \oplus : \alpha = v_{\rm y}/2; \beta = u_{\rm F} - v_{\rm y} x_{\rm f}; \gamma = \theta(x) + v_{\rm y} x_{\rm f} x - \frac{v_{\rm y} x^{2}}{2} - u_{\rm F} x_{\rm o}$ 

将 $\theta(x)$ 代人约束函数 $\int_{x_0}^{x_f} \sqrt{1 + (\theta(x))^2} dx =$ 1,用泰勒展开可得关于 $u_F$ 的表达式为

$$(u_{\rm F})^2 + 2u_{\rm P}u_{\rm F} + 16 (u_{\rm P})^2 + \frac{80\theta u_{\rm P}}{x_{\rm go}} +$$

$$\frac{240(1+\theta^2/2)}{(x_{\rm go})^2} - \frac{240\bar{t}_{\rm go}}{(x_{\rm go})^3} = 0$$
(14)

式中: *t*<sub>go</sub> 为期望的剩余飞行时间。

求解式(14),可得附加指令

$$u_{\rm F} = -u_{\rm P} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{240}{(u_{\rm P})^2 (x_{\rm go})^3}} \epsilon_t \right)$$
(15)

式中:  $\epsilon_i$  为控制时间误差,是期望的剩余飞行时间  $\bar{t}_{go}$  与采用 PNG 时的剩余飞行时间  $\hat{t}_{go}$  之差,即  $\epsilon_i = \bar{t}_{go} - \hat{t}_{go}$ 。将式(14) 中的  $u_F$  置零,可求得拦截器仅采 用 PNG 制导时的剩余飞行时间

$$\hat{t}_{go} = \frac{1}{15} (u_{P})^{2} (x_{go})^{3} + \frac{1}{3} u_{P} \theta (x_{go})^{2} + (1 + \frac{\theta^{2}}{2}) x_{go}$$
(16)

联合式(12)和式(16)可得满足 ITCG 的制导指 令表达式为

$$u_{\rm B} + u_{\rm F} = u_{\rm P} - \frac{1}{2} u_{\rm F} = u_{\rm P} + \frac{1}{2} u_{\rm P} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{240}{(u_{\rm P})^2 (x_{\rm go})^3}} \epsilon_t \right) = u_{\rm P} \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{240}{(u_{\rm P})^2 (x_{\rm go})^3}} \epsilon_t \right)$$
(17)

上述公式推导皆基于无量纲化的参数,形成式 (17)的无量纲控制指令。将式(17)的 ITCG 在时域 内物理意义下的表达式转换为

$$a = a_{\rm B} + a_{\rm F} = Nv\lambda \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{240v^5}{(Nv\lambda)^2} (R_{\rm go})^3}} \varepsilon_T \right]$$
(18)

式中:  $R_{go} = \sqrt{(X_{go})^2 + (Y_{go})^2}$ ;  $\varepsilon_T = \overline{T}_{go} - \hat{T}_{go}$ ; N为 比例导引系数;  $\dot{\lambda}$  为视线角速率。其中,  $\overline{T}_{go}$ ,  $T_{go}$ ,  $X_{go}$ ,  $Y_{go}$  为文中相应无量纲参数在时域内的对应转换。

在控制时间误差不大时,式(18)的平方根部分 可近似为泰勒展开的第1项,式(18)可表示为

$$a = a_{\rm B} + a_{\rm F} = Nv\dot{\lambda} + K_{\varepsilon}\varepsilon_{\rm T} \tag{19}$$

式中:  $K_{\varepsilon} = -120v^5/(Nv\lambda(R_{go})^3)$ 。此近似表达式 为 PNG 与控制时间误差反馈的一个组合。 $\varepsilon_T$  为零 时即为比例导引律。 $a_F$  对剩余时间误差的敏感度与  $R_{go}$ 成反比关系,随着拦截器接近目标,有可能出现 控制指令发散的现象。为克服协同制导中的这一问 题,采取如下措施:当控制时间误差  $\varepsilon_T < 某一特定$ 值时,将制导律切换为比例导引方式。 3 仿真与分析

对多枚拦截器攻击固定目标进行仿真,验证取 相同期望命中时间时的协同状况。设:每枚拦截器速 度恒为 300 m/s;拦截器 I1 初始位置为(-9 093 m, 5 250 m),航向角为-35°;拦截器 I2 初始位置为 (-6 364 m,-6 364 m),航向角为 75°;拦截器 I3 初始位置为(-2 070 m,-7 727 m),航向角为 105°;拦截器 I4 初始位置为(4 750 m,-8 277 m), 航向角为 105°;目标静止于(0 m,0 m)。4 枚拦截器 在初始时刻与目标的相对距离近似,采用 PNG 制 导时时间相差较小,满足采用 ITCG 的条件。设定 期望命中时间为 36 s(略大于比例导引估得的命中 时间最大值)。

仿真所得 4 枚拦截器分别用 PNG 和 ITCG 制导攻击固定目标的弹道轨迹如图 2 所示。图中:实线表示拦截器采用 PNG 制导时的弹道轨迹,所用 攻击时间分别为 35.026,30.844,27.416,31.885 s; 虚线表示拦截器采用 ITCG 制导时的弹道轨迹,4 枚拦截器所用攻击时间均为 36 s。



图 2 4 枚拦截器弹道轨迹 Fig. 2 Ballistic trajectories of 4 interceptors

仿真所得 4 枚拦截器在 2 种制导律下的弹目相 对距离分别如图 3,4 所示。由图 3 可知,4 枚拦截 器在 PNG 制导下所用时间都不相同。由图 4 可知, 4 枚拦截器在 36 s 时的弹目相对距离趋于零,实现 了协同制导。

对 3 枚拦截器拦截运动目标进行仿真。设:每 枚拦截器速度均为 600 m/s,并保持速率不变;拦截 器 I1 的初始位置为(0 m,0 m),航向角为 65°;拦截 器 I2 的初始位置为(10 km,0 m),航向角为 50°;拦 截器 I3 的初始位置为(-5 km,10 km),航向角为 55°;目标初始位置为(59 km,77.140 km),初始速 度为 730 m/s,航向角为-145°,在重力加速度 g=



t/s 图 4 4 枚拦截器协同制导时弹目相对距离 Fig. 4 Distance between interceptor and target of 4 interceptors by ITCG

9.81 m/s<sup>2</sup> 作用下运动。

计算得最大预测拦截时间为 63.9 s,则设置期 望拦截时间为 65 s(略大于由比例导引估得的拦截 时间最大值),此时对应的拦截点选为(20 km, 30 km)。导弹在初始时刻与目标相距 98 km,采用 ITCG 制导,当相距 30 km时,切换为 PNG 制导。

仿真所得 4 枚拦截器分别用 PNG 和 ITCG 制导拦截运动目标的弹道轨迹如图 5 所示。其中:实 线表示目标弹道轨迹;虚线表示拦截器采用 PNG 制导时的弹道轨迹,拦截时间分别为 63.559, 60.783,61.987 s;点线表示拦截器采用 ITCG 制导 时的弹道轨迹,期望拦截时间为 65 s,实际仿真拦截 时间分别为 64.905,64.915,65.046 s,满足设计 要求。

仿真所得 3 枚拦截器在 2 种制导律下的弹目相 对距离分别如图 6,7 所示。由图 6 可知,3 枚拦截 器在 PNG 制导下所用时间都不相同。由图 7 可知,





3 枚拦截器在 65 s 时的弹目相对距离趋于零,实现 了协同制导。



图 6 3 枚拦截器比例制导弹目相对距离 Fig. 6 Distance between interceptor and

target of 3 interceptors by PNG



Fig. 7 Distance between interceptor and target of 3 interceptors by ITCG

通过上述仿真可知,采用 ITCG 制导可实现对 固定目标与高速飞行目标的时间协同制导,该方法 在工程应用中具备一定的可实施性。在设计过程 中,可假定拦截器速度恒定不变,并通过预计命中位 置预估期望飞行时间,而在工程应用中,拦截器飞行 速度实时变化,目标也可能进行机动,因此如何准确 预测目标运动轨迹与命中位置将是后续的研究 重点。

## 4 结束语

本文对主辅拦截器协同制导方法进行了研究。 针对主辅拦截器的拦截特点,通过设定期望时间,在 比例导引律的基础上引入1个包含时间误差的修正 项。根据相对运动模型,将时间协同制导问题视作 一个有终端时间限制条件的导引问题,最终将其转 为线性化系统的最优控制问题,用最优控制中的极 小值原理设计了协同制导律,并对多枚拦截器分别 攻击静止目标和运动目标进行了仿真。结果表明: 设计的基于比例导引律的时间协同制导律可实现对 目标的协同攻击,无需预设弹道轨迹,通过设定期望 拦截时间可对高速飞行目标进行时间协同制导,未 来可应用于防空导弹对高价值目标的协同拦截。主 辅拦截器协同制导是一个非常新颖且极为复杂的问 题,本文仅研究了一些理想状态下的问题,后续将针 对机动目标的拦截时间和拦截点的准确预测进行进 一步研究。

#### 参考文献

- [1] 彭锐晖,王国宏,陈士举,等.两弹协同定位的可行 性研究[J].系统仿真学报,2006,18(5):1118-1122.
- [2] CHANDLER P R, PACHTER M, RASMUSSEN S. UAV cooperative control [C]// Proceedings of the American Control Conference. [S. l. : s. n.], 2001: 50-55.
- [3] CHOI J, KIM Y. Fuel efficient three dimensional controller for leader-follower UAV formation flight [C]// International Conference on Control, Automation and Systems. [S. l. : s. n.], 2007: 806-811.
- [4] 周明,孙树栋,彭炎午.基于遗传算法的多机器人系 统集中协调式路径规划[J].航空学报,2000,21
   (2):146-149.
- [5] 秦世引,潘宇雄,苏善伟.小型无人机编队飞行的控制律设计与仿真[J].智能系统学报,2009,4(3): 218-225.
- [6] 樊琼剑,杨忠,方挺,等. 多无人机协同编队飞行控制的研究现状[J]. 航空学报, 2009, 30(4): 683-

691.

- [7] STILWELL D J, BISHOP B E. Platoons of underwater vehicles: communication, feedback, and decentralized control [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2000, 20(6): 45-52.
- [8] JUNG B, KIM Y. Guidance laws for anti-ship missiles using impact angle and impact time [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Colorado: AIAA, 2006: 1-13.
- [9] JEON I S, LEE J I, TAHK M J. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 260-266.
- [10] KIM K B, KIM M J, KWON W H. Receding horizon guidance laws with no information on the time-togo [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(2): 193-199.
- [11] TAHK M J, RYOO C K, CHO H J. Recursive time-

to-go estimation for homing guidance missiles [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(1): 13-24.

- [12] BEN-ASHER J Z, YAESH I. Optimal guidance with reduced sensitivity to time-to-go estimation errors[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(1): 158-163.
- [13] MCLAIN T W, BEARD R W. Coordination variables, coordination functions, and cooperative timing missions [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(1); 150-161.
- [14] BEARD R W, MCLAIN T W, NELSON D B, et al. Decentralized cooperative aerial surveillance using fixed-wing miniature UAVs [J]. Proceedings of the IEEE, 2006, 94(7): 1306-1324.
- [15] 赵世钰,周锐. 基于协调变量的多导弹协同制导[J]. 航空学报,2008,29(6):1605-1611.

(本文编辑:李栋飏)