

基于极化时频分布的改进 DOA 估计算法

李 芬, 刘庆波, 史秀花, 李爽爽, 王凤娇

(上海无线电设备研究所, 上海 200090)

摘要:针对雷达回波信号波达方向估计精度差和时频分析方法运算量大的问题,以极化敏感阵列为模型,结合时频分析方法,充分利用回波信号的空域、时频域和极化域信息,对雷达回波信号进行更准确的估计,并简化其计算量。分析基于空间极化时频分布的多重信号分类(MUSIC)和旋转不变子空间(ESPRIT)算法,并结合两者的优缺点提出了一种改进算法。改进算法用极化时频 ESPRIT 算法对来波信号确定大致的方位角,以每个方位角为中心确定一个小角度范围,在此范围内用 MUSIC 算法进行谱峰搜索,得到较准确的波达方向(DOA)估计值,在确保 DOA 估计精度的基础上节省大部分运算时间。仿真试验验证了该改进算法的有效性。

关键词:电磁波; 雷达; 均匀线阵; 双极化; 极化敏感阵列; 空间谱估计; 时频分析; 超分辨率

中图分类号: TN957.52

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.1006-1630.2018.04.016

Improved Algorithm for DOA Estimation Based on Spatial Polarimetric Time-Frequency Distribution

LI Fen, LIU Qingbo, SHI Xiuhua, LI Shuangshuang, WANG Fengjiao

(Shanghai Radio Equipment Research Institute, Shanghai 200090, China)

Abstract: To solve the problem of poor direction of arrival (DOA) estimation accuracy of radar echo signals and heavy computation of time-frequency analysis method, taking polarization sensitive array as the model, and combined with time-frequency analysis method, this paper makes full use of the spatial, time-frequency and polarized domain information of signals to estimate the radar echo signals more accurately and reduce the computation burden. The multiple signal classification (MUSIC) and estimation of signal parameters via rotational in-variance techniques (ESPRIT) algorithms based on spatial polarimetric time-frequency distribution are studied, and the improved algorithm is proposed in consideration of advantages and disadvantages of both algorithms. The improved algorithm roughly estimates azimuth angles of signals with the polarized time-frequency ESPRIT algorithm, and then determines a small scope centered on each azimuth. Within the scope, a more accurate DOA estimation value is obtained by spectral peak search with MUSIC algorithm. It can save a large amount of computation time on the basis of accurate DOA estimation. The effectiveness of the improved algorithm is verified by the simulation test.

Keywords: electromagnetic wave; radar; uniform linear array; dual polarization; polarization sensitive array; spatial spectrum estimation; time-frequency analysis; super-resolution

0 引言

在雷达信号处理中,如何提高波达方向(DOA)估计精度一直是研究热点^[1]。现代空间谱估计技术^[2]中有很多经典算法,如:多重信号分类(MUSIC)算法^[3]、旋转不变子空间(ESPRIT)算法^[4]等,

但这些经典的算法已经满足不了现代雷达体制中所要求的估计精度。雷达中多使用线性调频作为发射信号,其属于非平稳信号^[5]。时频分析方法^[6]在处理非平稳信号时可提取更多的信息,利用时频分析方法对回波信号的非平稳特性进行有效利用可提高

空间谱估计的性能。极化信息是电磁波信号的固有属性^[7],也是回波信号的信息。用极化敏感阵列天线接收雷达回波信号,可充分利用回波信号的空域、时频域和极化域信息。

1998 年,BELOUCHRANI 等^[8-9]首先观察到阵列输出的 Wigner-Ville 分布和相关矩阵具有类似的结构,并把这种输出结构称为空间时频分布,将其运用到 DOA 估计中。ZHANG 等^[10-11]找到了空间时频分布矩阵和常规阵列输出的协方差矩阵的内在联系,他首次从理论上证明了空间时频分布矩阵的结构可用于估计信号的到达角,为时频空信号处理的研究提供了理论支撑。1983 年,FERRARA 等^[12]用由交叉偶极子构成的极化敏感阵列结合经典超分辨估计算法进行了测向研究。1991 年,LIU 等^[13]对基于均匀线阵的极化敏感阵列的极化状态参数和电磁波来波方向的估计进行了研究。文献[14]研究了基于矩形阵列的极化敏感阵列的极化状态参数和 DOA 估计;文献[15]研究了没有排列规律的矢量传感器的波达方向和极化状态的联合估计性能;文献[16]用极化敏感阵列估计来波信号的 DOA 和极化参数,并分析了估计性能随信噪比的变化规律。

上述研究都没有综合考虑电磁信号空域、时频域和极化域所包含的信息。本文用双极化正交偶极子组成的均匀线阵建立模型。时频分析方法对非平稳信号有能量聚集作用,结合现代空间谱超分辨估计技术对来波信号进行 DOA 估计,研究基于极化时频分布的 DOA 估计算法,在此基础上提出一种改进算法,以解决雷达探测目标时方位估计精度低、速度慢的问题。

1 信号模型

极化敏感阵列指极化敏感阵元按照某种特定的方式排列,阵列可接收到信号源的空域和极化信息。空域信息用不同阵元间的相位延时表示,极化信息则需要分析极化敏感阵元的结构。极化敏感阵元完备时可同时接收 6 个电磁分量,但会存在一定冗余。由电场和磁场间的相互关系,可用正交的交叉偶极子组成均匀线阵,如图 1 所示,阵列结构较简单,易于工程实现。

图 1 中极化敏感均匀线阵由 N 个沿 y 轴均匀分布的偶极子对阵元构成。假设完全极化窄带独立的电磁波信号从远场入射,设信号源的复基带信号

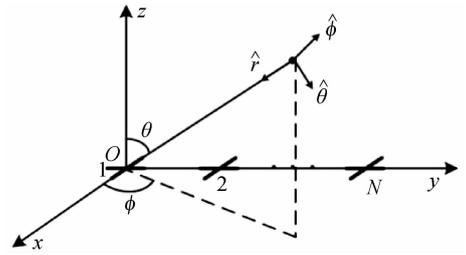


图 1 双极化天线阵列示意图

Fig. 1 Dual-polarized antenna array

为 $s_r(t)$;载波频率为 f_0 ;空间来波方向为 (θ, φ) ,分别表示来波信号的俯仰角和方位角;极化信息为 (γ, η) ,分别表示来波信号的极化幅度角和极化相位角。则该信号源可表示为

$$e(t, \mathbf{r}) = (E_\varphi \hat{\varphi} + E_\theta \hat{\theta}) s_r(t) \times \exp[j(2\pi f_0 t - \mathbf{k}^T \mathbf{r})] \quad (1)$$

式中: E_φ, E_θ 分别为 $\hat{\varphi}$ 和 $\hat{\theta}$ 方向上的极化信息, $E_\varphi = \cos \gamma, E_\theta = \sin \gamma e^{j\eta}$; \mathbf{r} 为空间上的坐标矢量; \mathbf{k} 为波数矢量。

当接收数据中有 K 个信号源且存在独立平稳的噪声时,接收信号可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sqrt{N} \cdot [\mathbf{s}_1 \quad \mathbf{s}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{s}_K] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1(t) \\ \mathbf{s}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{s}_K(t) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(t) = \sqrt{N} \mathbf{S} \cdot \mathbf{s}_r(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

式中: \mathbf{S} 为信号的导向矢量矩阵, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \quad \mathbf{s}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{s}_K]$; \mathbf{s}_i 为接收信号的极化域-空域联合导向矢量, $\mathbf{s}_i = \mathbf{s}_p \otimes \mathbf{s}_s$, \otimes 为矩阵的 Kronecker 积。极化矢量 \mathbf{s}_p 可表示为

$$\mathbf{s}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_x \\ \mathbf{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \\ \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma e^{j\eta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

空域导向矢量 \mathbf{s}_s 可表示为

$$\mathbf{s}_s = \frac{1}{\sqrt{N}} [e^{j\theta_1} \quad e^{j\theta_2} \quad \cdots \quad e^{j\theta_N}]^T \quad (4)$$

由时频分析方法和极化敏感阵列模型可知,对第 k 个双极化正交偶极子来说,其自项和交叉项时频分布可分别表示为

$$\mathbf{D}_{\mathbf{x}_k^{[i]} \mathbf{x}_k^{[j]}}(t, f) = \iint \varphi(t-u, \tau) \mathbf{x}_k^{[j]} \left(\mathbf{u} + \frac{\tau}{2} \right) \times \left(\mathbf{x}_k^{[i]} \left(\mathbf{u} - \frac{\tau}{2} \right) \right)^H e^{-j2\pi f \tau} d\mathbf{u} d\tau \quad (5)$$

$$\mathbf{D}_{x_k^{[i]} x_k^{[j]}}(t, f) = \iint \varphi(t-u, \tau) \mathbf{x}_k^{[i]} \left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times \left(\mathbf{x}_k^{[j]} \left(u - \frac{\tau}{2}\right)\right)^H e^{-j2\pi f\tau} du d\tau \quad (6)$$

式中:上标 i, j 分别为阵元的垂直分量 v 和水平分量 h ; φ 为时频分布的核函数。

因此,第 k 个双极化正交偶极子的时频分布是一个 2×2 的矩阵,由垂直和水平振子的自项和交叉项时频分布构成,可表示为

$$\mathbf{D}_{x_k x_k}(t, f) = \iint \varphi(t-u, \tau) \mathbf{x}_k \left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times \left(\mathbf{x}_k \left(u - \frac{\tau}{2}\right)\right)^H e^{-j2\pi f\tau} du d\tau \quad (7)$$

式中, $\mathbf{D}_{x_k x_k}(t, f)$ 的 2 个主对角线元素分别为 2 个天线分量的自项时频分布 $\mathbf{D}_{x_k^{[i]} x_k^{[i]}}(t, f)$; 2 个非主对角线元素为 2 个天线分量之间的交叉项时频分布 $\mathbf{D}_{x_k^{[i]} x_k^{[j]}}(t, f), i \neq j$ 。考虑由 N 个双极化正交偶极子组成的均匀线阵,接收数据矢量可表示为

$$\mathbf{x}^{[i]}(t) = [\mathbf{x}_1^{[i]}(t), \mathbf{x}_2^{[i]}(t), \dots, \mathbf{x}_N^{[i]}(t)]^T = \mathbf{y}^{[i]}(t) + \mathbf{n}^{[i]}(t) = \mathbf{A}^{[i]} \mathbf{s}^{[i]}(t) + \mathbf{n}^{[i]}(t) \quad (8)$$

其自项和交叉项的时频分布可分别表示为

$$\mathbf{D}_{x_k^{[i]} x_k^{[i]}}(t, f) = \iint \varphi(t-u, \tau) \mathbf{x}_k^{[i]} \left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times \left(\mathbf{x}_k^{[i]} \left(u - \frac{\tau}{2}\right)\right)^H e^{-j2\pi f\tau} du d\tau \quad (9)$$

$$\mathbf{D}_{x_k^{[i]} x_k^{[j]}}(t, f) = \iint \varphi(t-u, \tau) \mathbf{x}_k^{[i]} \left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times \left(\mathbf{x}_k^{[j]} \left(u - \frac{\tau}{2}\right)\right)^H e^{-j2\pi f\tau} du d\tau \quad (10)$$

将式(8)按水平和垂直分量展开,可得

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{[v]}(t) \\ \mathbf{x}^{[h]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{[v]}(\phi) & 0 \\ 0 & \mathbf{A}^{[h]}(\phi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}^{[v]}(t) \\ \mathbf{s}^{[h]}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}^{[v]}(t) \\ \mathbf{n}^{[h]}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{[v]}(\phi) & 0 \\ 0 & \mathbf{A}^{[h]}(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{[v]} \\ \mathbf{Q}^{[h]} \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}^{[v]}(t) \\ \mathbf{n}^{[h]}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{B}(\phi) \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (11)$$

令 $\mathbf{B}(\phi) \cdot \mathbf{Q}$ 为 $\mathbf{S}(\phi)$, 称 $\mathbf{S}(\phi)$ 为极化域-空域联合导向矢量矩阵。

双极化正交偶极子阵元比单极化阵元有更多可利用的信息。结合极化敏感阵列所接收信号的空域、极化域和时频域信息,则接收数据 $\mathbf{x}(t)$ 的空间极化时频分布(SPTFD)可表示为

$$\mathbf{D}_{xx}(t, f) = \iint \varphi(t-u, \tau) \mathbf{x} \left(u + \frac{\tau}{2}\right) \times \mathbf{x}^H \left(u - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} du d\tau \quad (12)$$

2 基于极化时频分布的 DOA 估计算法

基于空间极化时频分布的 MUSIC 算法以极化敏感阵列为模型,对接收信号进行时频变换得到 SPTFD 矩阵,分别对每个信号沿其时频脊进行采样,得到对应信号的 SPTFD 矩阵。文献[11]证明了时频分布矩阵和传统阵列协方差矩阵的结构相似,因此可将 SPTFD 矩阵应用到子空间类算法中,代替 MUSIC 算法中的协方差矩阵,即极化时频 PTF-MUSIC 算法。

PTF-MUSIC 算法的具体步骤如下。

1) 对接收到的极化数据进行伪 Wigner-Ville 时频变换,在其时频域内估计来波信号的瞬时频率和调频斜率。

2) 用估计出的信号参数在时频域上进行选点,对频率参数不同的信号分别选取各自时频脊上的点去构造各自的空极化时频分布矩阵。

3) 对构造好的空极化时频分布矩阵进行特征值分解、噪声子空间构造及空间谱构造,可表示为

$$P(\phi) = \frac{1}{\mathbf{S}^H(\phi) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{S}(\phi)} = \frac{1}{\|\mathbf{U}_n^H \mathbf{S}(\phi)\|^2} \quad (13)$$

式中: $P(\phi)$ 为空间谱的公式; \mathbf{U}_n 为噪声子空间;分母为导向矢量矩阵和空间噪声矩阵的内积,当 $\mathbf{S}(\phi)$ 和噪声空间的每一列都正交时,空间谱表达式的分母为零。由于噪声的存在,空间谱表达式的值为最小值,此时 $P(\phi)$ 呈现的是一个谱峰,因此让 ϕ 逐渐变化,通过寻找空间谱的谱峰能得到信号来波方向的值。

MUSIC 算法最大的优点是估计精度高,而 ESPRIT 算法最大的优点是计算速度快。因此,基于空间极化时频分布的 PTF-ESPRIT 算法在理论上比 PTF-MUSIC 算法计算速度快。PTF-ESPRIT 算法的流程如下:

1) 对接收到的极化数据进行伪 Wigner-Ville 时频变换,在其时频域内估计来波信号的瞬时频率和调频斜率。

2) 用估计出的信号参数在时频域上进行选点,对频率参数不同的信号分别选点构造各自的空极化

时频分布矩阵。

3) 通过空极化时频矩阵构造协方差矩阵 \mathbf{R}_{11} 和 \mathbf{R}_{22} 。

4) 分别对协方差矩阵进行特征分解,得到 2 个信号子空间 \mathbf{E}_1 和 \mathbf{E}_2 ,再将其组合成一个新的矩阵 $\bar{\mathbf{E}} = [\mathbf{E}_1 \quad \mathbf{E}_2]$ 。

5) 构造矩阵 $\bar{\mathbf{E}}^H \bar{\mathbf{E}}$,并对其进行特征分解,得到特征矩阵 \mathbf{E} , \mathbf{E} 可以分为 4 个 $K \times K$ 维的矩阵。

6) 计算 $\Psi_{\text{TLS}} = -\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{22}^{-1}$,并对其进行特征分解,得到 K 个特征值,再根据 $\phi_k = 2\pi d \sin\theta_k / \lambda$ 得到信号的来波方向信息。

PTF-MUSIC 算法的估计精度非常高,但其需要对一个较大的角度范围进行谱峰搜索,且极化时频变换较复杂,故此算法计算量很大。PTF-ESPRIT 算法不需要进行谱峰搜索,其所需要的时间远比 PTF-MUSIC 算法少,但其估计精度不如 PTF-MUSIC 算法。因此本文提出一种基于空间极化时频分布的改进算法,综合利用 2 种算法的优点进行 DOA 估计,算法流程如图 2 所示。

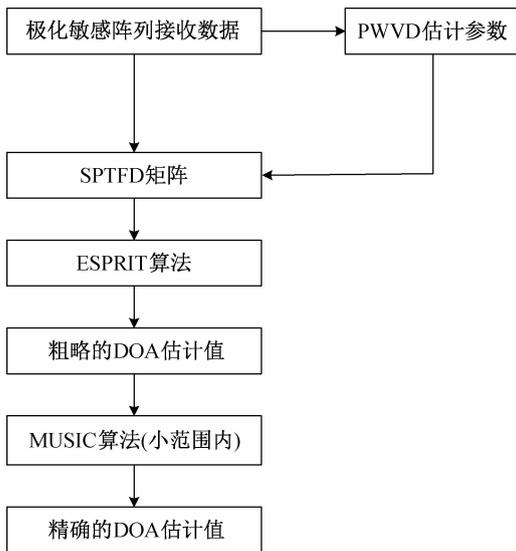


图 2 算法流程图

Fig. 2 Algorithm flowchart

对阵列接收的极化数据进行伪 Wigner-Ville 时频(PWVD)变换,得到其时频分布信息,在其时频域内估计来波信号的瞬时频率和调频斜率,用估计出的信号参数在时频域上选点,对频率参数不同的信号分别选取各自时频脊上的点去构造各自的空间极化时频分布(SPTFD)矩阵,代替传统的协方差矩阵。并用总体最小二乘算法对信号 DOA 进行粗估

计,分别对不同信号的到达角锁定一个范围,在此范围内用 MUSIC 算法对信号到达角进行精确估计。

3 仿真分析

假设有一个由双极化正交偶极子组成的 4 阵元均匀线阵,线性调频信号 A 和正弦信号 B 分别入射到阵列上,其归一化频率分别为 0.2~0.4 和 0.1,DOA 值分别为 -3° 和 9° ,极化幅度角分别为 45° 和 20° ,极化相位角分别为 0° 和 180° ,设采样点为 256,信噪比为 13 dB。对接收数据进行时频变换可得到其时频分布图,如图 3 所示。

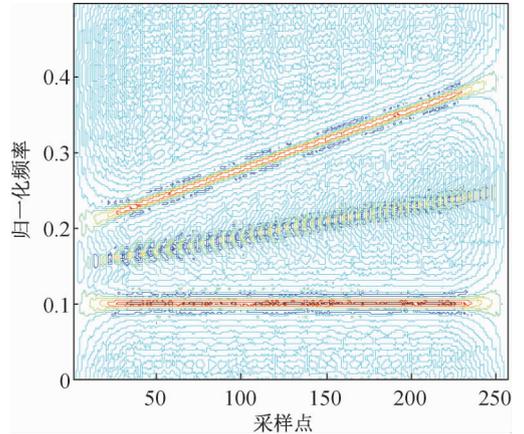


图 3 信号的时频变换图

Fig. 3 Time-frequency transformation of signals

从图 3 中可看出,不同信号的能量在时频域中的分布情况。中间部分为 2 个信号的交叉项分布,上、下两部分分别为信号 A、B 的自项分布。通过参数估计分别提取不同信号时频脊上的时频点,时频平均后的矩阵可代替空间谱估计中协方差矩阵。

将上述试验中的信噪比从 0 dB 以 2 dB 的增幅增加到 10 dB,分别用 PTF-MUSIC、PTF-ESPRIT 及改进的极化时频 DOA 估计方法对入射信号的方位角进行估计,每种算法都进行 100 次独立试验,计算其均方根误差,如图 4 所示。

从图 4 中可看出,3 种算法估计出的 2 个信号 DOA 估计值的均方根误差都随信噪比的增大而减小,这表明 DOA 估计的精度越来越高。整体来看,PTF-MUSIC 算法和改进算法对信号的估计精度都比 PTF-ESPRIT 算法高,尤其是在低信噪比情况下。

设固定信噪比为 10 dB,仿真计算每种算法进行 100 次 Monte Carlo 独立试验所需要的时间。结

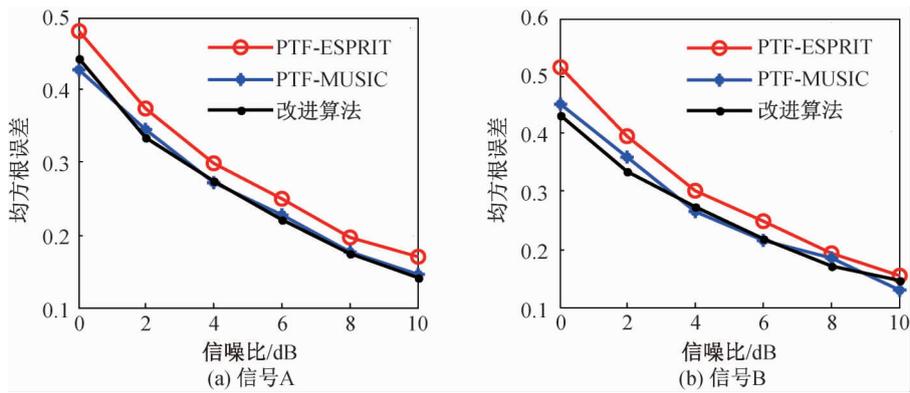


图4 3种算法的均方根误差

Fig. 4 RMSE of three algorithms

果为:PTF-MUSIC算法、PTF-ESPRIT算法和改进算法进行100次试验所用时间分别为138.72, 47.15, 48.88 s。单次试验3种算法所用时间则分别为1.387 2, 0.471 5, 0.488 8 s, 经过计算可知改进算法在保证DOA估计精度的基础上所用时间仅为PTF-MUSIC算法的1/3左右。试验结果表明:改进的极化时频DOA估计算法在保证DOA估计精度的条件下较好地解决了耗时大的问题。

4 实时性分析

随着高性能处理器的发展,其处理能力越来越高,当前雷达导引头多采用多核并行处理器进行算法处理,以实现信号处理的浮点型高精度算法。采用TI公司八核高性能浮点DSP芯片TMS320C6678,内核工作时钟达1.5 GHz,集成大容量片上存储器,包括单核集成512 KB的二级缓冲(L2),八核共享4 096 KB的SRAM,同时TMS320C6678的DDR3控制器实现与外部DDR3的无缝链接,访问与存储速率高达1.333 GB/s,并支持8 GB的DDR3寻址控制。接口支持HyperLink、SPI、SRIO等高速IO接口。TMS320C6678并行处理时,相当于8个高性能浮点DSP芯片TS201的处理能力,满足绝大多数信号处理的设计要求。

用TMS320C6678芯片分别处理3种算法所用时间如下:

1) PTF-MUSIC算法中时频变换主要包含8次 $256 \times 256 \times 256$ 点的复乘,8次 256×256 点的快速傅里叶变换(FFT),谱峰搜索中主要包含 $6\,000 \times 256 \times 256$ 点的复乘,采用高性能TMS320C6678多

核处理器,其处理时间约为0.92 ms。

2) PTF-ESPRIT算法主要包含8次 $256 \times 256 \times 256$ 点的复乘,8次 256×256 点的FFT,采用TMS320C6678多核处理器,其处理时间约为0.29 ms。

3) 改进算法中时频变换主要包含8次 $256 \times 256 \times 256$ 点的复乘,8次 256×256 点的FFT,谱峰搜索中主要包含 $200 \times 256 \times 256$ 点的复乘,采用TMS320C6678多核处理器,其处理时间约为0.31 ms。

改进算法与PTF-MUSIC算法相比耗时问题改善了2/3左右。

综上所述,改进的极化时频DOA估计算法在保证DOA估计精度的条件下在较好地解决了耗时大的问题,能满足雷达导引头实时性处理的要求。

5 结论

本文研究了基于空间极化时频分布的MUSIC和ESPRIT算法的原理及其优缺点,并在此基础上提出了一种改进算法。改进算法充分结合了ESPRIT算法计算量小和MUSIC算法估计精度高的优点,更具实用价值。但仍存在一些需要改进的地方,如伪Wigner-Ville分布适合对线性调频信号进行处理,但其核函数无法对不同形式的信号进行自适应变化,且存在一定程度的交叉项。因此设计一种随信号形式自适应变化且不存在交叉项的核函数是后续需要研究解决的问题。

参考文献

[1] 李伦,吴雄斌. 高频地波雷达多站浅海水深与海流反

- 演[J]. 物理学报, 2014, 63(11): 375-382.
- [2] 王永良. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004: 83-85.
- [3] 陈思妤. 基于时频分析的水声信号盲分离方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2016.
- [4] 陈蕾. 用于矢量传感器阵列的高分辨参数估计算法[D]. 西安:西安电子科技大学, 2014.
- [5] BOASHASH B. Time-frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference [M]. Cambridge: Academic Press, 2015: 156-164.
- [6] 俞一鸣. 时频分析简介及应用[J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(6): 12-15.
- [7] 王雪松. 雷达极化技术研究现状与展望[J]. 雷达学报, 2016, 5(2): 119-131.
- [8] BELOUCHRANI A, AMIN M. Blind source separation based on time-frequency signal representation [J]. IEEE Trans. on SP, 1998, 46(11): 2888-2898.
- [9] BELOUCHRANI A, AMIN M. Time-frequency MUSIC[J]. IEEE Signal Processing Lett, 1999, 6(5): 109-110.
- [10] ZHANG Y M, MU W F, AMIN M. Subspace analysis of spatial time-frequency distribution matrices [J], IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(4): 747-759.
- [11] ZHANG Y M, MU W F, Amin M. Time-frequency maximum likelihood methods for direction finding [J]. Franklin Inst, 2000, 337(4): 483-497.
- [12] FERRARA E, PARKS T. Direction finding with an array of antennas having diverse polarizations [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1983, 31(2): 231-236.
- [13] LIU F, LI H, XIA W, et al. A DOA and polarization estimation method using a spatially non-collocated vector sensor array[C]// IEEE China Summit & International Conference on Signal and Information Processing. [S.l.]:IEEE, 2014: 763-767.
- [14] ZHANG X, CHEN C, LI J, et al. Blind DOA and polarization estimation for polarization-sensitive array using dimension reduction MUSIC[J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2014, 25(1): 67-82.
- [15] LIU L, JIANG Y, WAN L, et al. Beamforming of joint polarization-space matched filtering for conformal array[J]. The Scientific World Journal, 2013, 2013(2): 1653-1656.
- [16] BELL M R, OPPERMANN N, CRAI A, et al. Improved clean reconstructions for rotation measure synthesis with maximum likelihood estimation[J]. Astronomy & Astrophysics, 2012, 551(3): 309-314.

(本文编辑:姚麒伟)