

考虑单框架控制力矩陀螺性能约束的小卫星姿态星载控制

李德婷, 张元媛, 王 华

(国防科技大学 空天科学学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对以单框架控制力矩陀螺(SGCMG)为姿态机动控制执行机构的小卫星,在姿态机动过程中SGCMG容易陷入奇异的问题,设计了一种姿态轨迹无奇异的快速规划和跟踪控制结合的姿态闭环控制方法。将平坦微分理论应用于姿态轨迹规划,设计了一种SGCMG无奇异的姿态轨迹快速规划方法,该方法综合考虑了实际姿态机动过程中存在的轨道角速度、重力梯度力矩等环境因素的影响。建立了基于误差修正罗德里格斯参数(MRP)的姿态动力学模型,并设计了基于MRP的滑模姿态跟踪控制器。仿真分析表明:该方法能在0.8 s内快速规划出一条关于能量指标的次优平滑路径,且在该姿态路径下,SGCMG不会出现奇异饱和失效现象;姿态跟踪控制器在机动稳定状态的跟踪误差在 2×10^{-4} 以内。

关键词:姿态控制;单框架控制力矩陀螺;平坦微分;滑模控制;星载控制

中图分类号:V 448.23

文献标志码:A

DOI:10.19328/j.cnki.1006-1630.2019.03.013

Onboard Attitude Control Method of Spacecraft Subject to Performance Constraints of Single Gimbal Control Moment Gyroscopes

LI Deting, ZHANG Yuanyuan, WANG Hua

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hunan, China)

Abstract: A kind of closed-loop control method combining fast trajectory programming and trajectory tracking control is proposed to solve the problem that there always exists the singularity problem in attitude maneuver of the small agile satellites equipped with single gimbal control moment gyroscopes(SGCMG) as the actuators. A fast non-singularity trajectory programming method is proposed based on the differential flatness theory firstly. This method considers the influence of gravity gradient torque and orbit angular velocity. A sliding mode attitude tracking controller is proposed by presenting the dynamics model based on error modified Rodrigues parameters (MRP). Numerical simulation suggests that the non-singularity trajectory is generated for 0.8 s, and in the steady maneuver state, the tracking error is less than 2×10^{-4} .

Keywords: attitude control; single gimbal control moment gyroscope(SGCMG); differential flatness; sliding mode control; onboard control

0 引言

随着空间技术的发展,小卫星因其功能密度高、研制周期短、发射灵活而成为新一代卫星的发展热点。姿态控制系统作为核心组成单元,是小卫星研

究的重中之重。典型的姿态控制系统由喷气系统、磁力矩系统、动量轮等组成,广泛应用于转动惯量较大的航天器,但不适合转动惯量较小的航天器。单框架控制力矩陀螺(SGCMG)采用电能驱动,不需

收稿日期:2018-07-27;修回日期:2018-09-06

作者简介:李德婷(1993—),女,硕士研究生,主要研究方向为卫星姿态控制与半实物仿真。

通信作者:王 华(1977—),男,博士,副研究员,主要研究方向为飞行器总体设计与仿真。

要消耗燃料,且具有较大的力矩输出能力,是小卫星姿态控制的理想设备^[1]。

SGCMG 虽具有优良的输出性能,但存在奇异问题,这使得姿态机动控制过程变得更加复杂。针对机动过程中的奇异失效问题,许多学者进行了相关研究。赵乾^[2]采用伪谱法和直接打靶法混合求解策略,设计了单目标和多目标的轨迹规划模型,能满足 SGCMG 奇异饱和约束条件,但混合求解策略采用打靶法对奇异度量值进行优化,耗时较长,不能满足快速机动的需求。孙志远等^[3]提出的基于自适应 Gauss 伪谱法的 SGCMG 无奇异框架角轨迹快速规划方法,考虑了时间和能量加权的性能指标。该方法仅约束了终端的奇异度量,没有考虑机动环境中重力梯度力矩和轨道角速度的影响,且未考虑机动过程中的奇异情况,不具备稳定性,不适用于卫星在线姿态控制。

平坦微分理论是 FLIESS 等^[4-5]在 20 世纪 90 年代针对非线性系统提出的概念,之后经过一系列的发展,在机器人、飞行器轨迹规划等方面得到广泛应用。本文将快速轨迹设计和抗干扰跟踪控制算法相结合,设计了一种星载在线控制方法。借鉴微分平坦理论在解决最优控制问题方面的研究成果,设计了一种姿态路径快速规划方法。该方法综合考虑了重力梯度力矩、轨道角速度等环境因素的影响,考虑了星体始末状态约束和 SGCMG 的动力学性能的约束,能快速求得满足约束条件的能量次优路径。通过将滑模控制与自适应相结合,获得了一种自适应滑模控制器。该控制器能克服外界扰动和陀螺执行误差对跟踪目标轨迹的影响。

1 动力学模型

1.1 姿态动力学模型

定义 3 个坐标系:惯性参考系、轨道坐标系和与航天器固联的体坐标系。采用修正罗德里格斯参数(MRP)描述姿态,MRP 是姿态描述的最小实现,同时具有不易出现奇异和计算效率高的特点。与四元数相比,基于 MRP 的姿态计算在不损失计算精度的前提下计算量更小^[6],有利于提高姿态计算的效率。用 MRP 表示的姿态转移矩阵为

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{I}_3 + \frac{8[\boldsymbol{\sigma} \times][\boldsymbol{\sigma} \times] - 4(1 - \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma})[\boldsymbol{\sigma} \times]}{(1 + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma})^2} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{I}_3$ 为 3 维单位矩阵, $[\boldsymbol{\sigma} \times]$ 为矢量叉乘运算的反对称矩阵,即

$$[\boldsymbol{\sigma} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

用 MRP 表示的姿态运动学微分方程为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega} \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}$ 为姿态角速度, $\mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma})$ 为

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}}{2} \mathbf{I}_3 + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T + [\boldsymbol{\sigma} \times] \right) \quad (4)$$

假设刚性小卫星在体坐标系下的惯量张量 $\mathbf{J}$ 为常值矩阵,则在体坐标系下卫星动力学方程为

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\tau}_{\text{gg}} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{u} \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}$ 为重力梯度力矩; $\mathbf{u}$ 为姿态控制执行机构产生的控制力矩。

1.2 SGCMG 动力学模型和奇异特性分析

SGCMG 是由多个(一般 3 个以上)单框架控制力矩陀螺组成的具有三维输出能力的动量交换装置。若设每个力矩陀螺角动量的模相同且皆为 h_0 , 则陀螺群总角动量可表示为

$$\mathbf{H} = h_0 (\mathbf{A} \sin \mathbf{s} + \mathbf{B} \cos \mathbf{s}) \mathbf{E} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 为与控制力矩陀螺中陀螺群的构型相关的安装矩阵; $\mathbf{s}$ 为陀螺群的框架角矩阵, $\sin \mathbf{s}$, $\cos \mathbf{s}$ 为框架角正、余弦对角阵; $\mathbf{E}$ 为元素都为 1 的 3 维单位向量。

由控制力矩陀螺对航天器作用的控制力矩为

$$\mathbf{u} = -\dot{\mathbf{H}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} \quad (7)$$

式中:控制力矩的前一部分 $\dot{\mathbf{H}} = -\mathbf{C}(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}}h_0$, 是由陀螺框架转动产生的力矩;后一部分 $-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}$, 是由航天器本体转动引起陀螺群角动量方向改变产生的陀螺力矩。其中:

$$\mathbf{C}(\mathbf{s}) = \mathbf{A} \cos \mathbf{s} - \mathbf{B} \sin \mathbf{s} \quad (8)$$

在 SGCMG 工作的过程中,系统力矩如果持续朝一个方向输出,则角动量在某个方向上的值不断积累,就有可能导致角动量值达到 SGCMG 系统最大角动量,这种情况被称为角动量饱和,是 SGCMG 失效的一种形式。金字塔构型的 SGCMG 的角动量饱和包络面为如图 1 所示的具有 8 个凹陷的不规则球面,球体半径约为

$$H_{\text{max}} = 3.3h_0 \quad (9)$$

当 SGCMG 系统框架角处于某些特定状态时,期望力矩与控制力矩正交,此时 SGCMG 系统无法

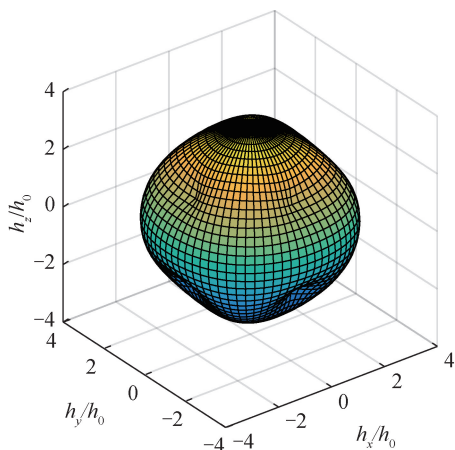


图 1 金字塔构型控制力矩陀螺角动量饱和面

Fig.1 Envelope surface of pyramid configuration

输出期望力矩,失去控制能力,这种现象称为奇异失效。当期望力矩 u_i 和安装方向 g_i 平行时,该陀螺所有状态均奇异;当期望力矩 u_i 和安装方向不平行时, u_i 与 g_i 方向存在夹角,如图 2 所示,则每个陀螺的奇异角动量有 2 个方向^[7],奇异角动量为 $h_i = \pm (g_i \times u_i) \times g_i / \|g_i \times u_i\|$ 。

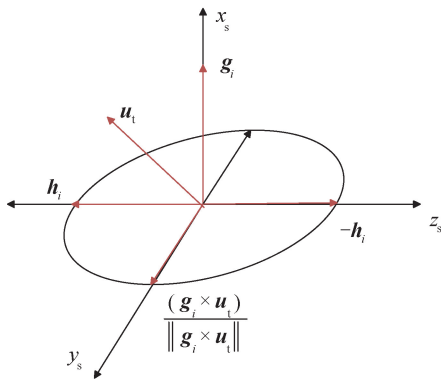


图 2 控制力矩陀螺奇异机理分析

Fig.2 Mechanism analysis of SGCMG

在进行轨迹规划时,需要根据当前的框架角对奇异状况作出判定,即需要定义一种度量不同框架角组合所对应奇异程度的奇异状态量。根据框架角奇异的原理,即当 C^{-1} 不存在时发生奇异,使用奇异度量^[8-9]来衡量当前框架角的奇异状态,即

$$D = \det(CC^T) \quad (10)$$

当 $D = 0$ 时,系统处于奇异状态, D 越大,离奇异点就越远。

2 在线控制方法设计

2.1 基于平坦微分理论的姿态轨迹规划

2.1.1 微分平坦系统

FLIESS 于 1992 年首次提出了微分平坦理论,即采用微分代数来描述一个微分系统,将对微分系统中微分方程的求解转化为对代数多项式参数的求解,从而减少系统中的积分运算,缩短计算时间。考虑非线性系统

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (11)$$

式中: $x \in R^n$, $u \in R^m$, 且 $m \leq n$ 。根据微分平坦理论,如果能找到一个平坦输出 $z \in R^m$, 将式(11)中所有的输入量和状态量都用 z 和它的有限次导表示出来,则称这个系统为微分平坦系统^[10],即

$$\begin{cases} x = \Phi(z, \dot{z}, \dots, z^{(s)}) \\ u = \Psi(z, \dot{z}, \dots, z^{(s)}) \end{cases} \quad (12)$$

文献[11]已证明,由姿态运动学方程(3)和姿态动力学方程(5)描述的姿态控制系统是以 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 为平坦输出的微分平坦系统。本文的研究在该系统的基础上加入 SGCMG 操纵系统,即在该系统中加入状态量框架角 (s_1, s_2, s_3, s_4) 。SGCMG 的操纵律即是根据指令力矩来合理分配框架角的转速,使陀螺群的输出力矩与航天器姿控系统要求的指令力矩相等。因 SGCMG 是一个冗余系统,利用式(1),(2)反解求得的框架角速度不唯一,故考虑框架角的姿态控制系统不具备微分平坦属性,无法直接基于微分平坦开展轨迹设计。为扩展系统的平坦属性,约束框架角为最优伪逆操纵律^[12]的解,即定义框架角为

$$\dot{s} = -C^T (CC^T)^{-1} \frac{\dot{H}}{h_0} \quad (13)$$

框架角可由平坦输出唯一表示,则系统是微分平坦系统。

结合姿态动力学和运动学方程,选取平坦输出 $z = \sigma$, 则系统状态量 $(\omega, H, \dot{s})$ 可由平坦输出表示,表达式为

$$\begin{cases} \omega = \frac{1}{(1 + |\sigma|^2)^2} G(\sigma)^T \dot{\sigma} + \omega_0(\sigma) \\ \dot{H} = J\dot{\omega} + \omega \times (J\omega) - \tau_{gg} - \omega \times H \\ \dot{s} = C^T (CC^T)^{-1} \frac{u + \omega \times H}{h_0} \end{cases} \quad (14)$$

式中: τ_{gg} 为重力梯度力矩; ω_0 为卫星的轨道角速度; $\tau_{gg} = 3(\omega_0)^2 [i \times] J i$, 其中, i 为地心与卫星质

心连线方向的单位矢量。

2.1.2 平坦输出基函数

平坦输出参数化是轨迹优化的关键,通过参数化将含有微分的最优控制问题转换为非线性规划问题^[13],不同的基函数对优化效果和计算效率有不同的影响。

受文献[14]的启发,采用虚拟域的方法,通过分离时间域与空间域,使轨迹可用不同的速度场描述。引入虚拟域参数 γ ,则 γ 与时间域 t 相互转换,即

$$t(\gamma_F) = \int_0^{\gamma_F} \frac{d\gamma}{\lambda(\gamma)} \quad (15)$$

式中: $\lambda(\gamma)$ 为速度因素,表达式为 $\lambda(\gamma) = \frac{d\gamma}{dt}$ 。

Bezier 曲线因其具有近似复杂曲线的能力和高效的计算效率而在计算机图形学和机械几何外形设计中得到广泛使用。取速度因素 $\lambda(\gamma) = \frac{1}{t_f}$, 其中, t_f 为姿态机动时间,则可采用虚拟域中的 Bezier 多项式来描述姿态轨迹。

给定控制点 $p_0, p_1, p_3, \dots, p_n$, 则由这些控制点约束的虚拟域的 Bezier 多项式 $p(\gamma)$ 为

$$p(\gamma) = \sum_{i=0}^n p_i \beta_{i,n}(\gamma), \quad \gamma \in [0, 1] \quad (16)$$

式中: $\beta_{i,n}(\gamma)$ 为第 n 个伯恩斯坦多项式,即

$$\beta_{i,n}(\gamma) = C_n^i (1-\gamma)^{n-i} \gamma^i, \quad \gamma \in [0, 1] \quad (17)$$

Bezier 多项式的性质^[15]为

$$\begin{cases} p(0) = p_0, p(1) = p_n \\ \frac{dp(0)}{d\gamma} = n(p_1 - p_0), \frac{dp(1)}{d\gamma} = n(p_n - p_{n-1}) \end{cases} \quad (18)$$

每个 MRP 都可在虚拟域 $\gamma \in [0, 1]$ 中用 Bezier 多项式表示,即

$$\sigma_j(\gamma) = \sum_{i=0}^n a_{j,i} \beta_{i,n}(\gamma), \quad j = 1, 2, 3 \quad (19)$$

对式(19)施加端点姿态和角速度约束,可求出部分控制点,如果已知端点约束 $[\sigma_0, \dot{\sigma}_0, \sigma_f, \dot{\sigma}_f]$, 其中, $\dot{\sigma}_0, \dot{\sigma}_f$ 可根据角速度由式(3)求出,则可得到控制点,即

$$\begin{cases} a_{j,0} = \sigma_0(j), a_{j,1} = \sigma_0(j) + t_f \frac{\dot{\sigma}_0(j)}{n} \\ a_{j,n} = \sigma_f(j), a_{j,n-1} = \sigma_f(j) - t_f \frac{\dot{\sigma}_f(j)}{n} \end{cases} \quad (20)$$

式中: $j = 1, 2, 3$ 。

对于有 N_B 个端点约束的 Bezier 多项式,其控

制点的个数要求 $n \geq N_B + 1$, 则至少有 1 个控制点参数可作为优化变量对路径进行优化。

2.1.3 非线性规划模型

本系统中的状态量和控制量都可由平坦输出 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 表示,通过对平坦输出参数化,将系统中的状态量和控制量都由控制点待定的 Bezier 多项式表示出来,则轨迹规划问题被转化为对 Bezier 曲线的控制点求解的非线性规划问题。

对于不同的任务要求,非线性规划问题的性能指标不同。本文以最小能量为优化目标,定义性能指标

$$Q = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) dt \quad (21)$$

非线性规划模型的约束主要考虑 SGCMG 的框架最大转速 $\dot{s}_{\max}$ 、SGCMG 系统的奇异值 $D_{\min}$ 和角动量饱和上限 $H_{\max}$ 。可将轨迹规划问题转化为非线性规划问题求解,由式(14)给出的状态量可表示为

$$\min Q = Q[p_0, p_1, p_3, \dots, p_n] \quad (22)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \dot{s}_i[p_0, p_1, p_3, \dots, p_n] \leq \dot{s}_{\max} \\ |\mathbf{H}[p_0, p_1, p_3, \dots, p_n]| \leq H_{\max} \\ D[p_0, p_1, p_3, \dots, p_n] \geq D_{\min} \end{cases} \quad (23)$$

式中: $p_0, p_1, p_3, \dots, p_n$ 为 Bezier 曲线的一组控制点。

2.2 姿态跟踪控制算法设计

2.2.1 基于跟踪误差的姿态动力学模型

基于微分平坦理论设计的姿态轨迹,虽然考虑了轨道角速度和重力梯度力矩的影响,但在实际机动过程中,仍受到不确定的环境力矩和干扰力矩的影响。需要采用合适的控制算法,在环境干扰的影响下,于有限的时间内使实际姿态轨迹快速收敛至所规划的开环最优轨迹上。

在设计姿态跟踪算法前,引入一个目标姿态坐标系 $o-x_c y_c z_c$, 该坐标系以卫星质心为坐标原点, 3 条相互垂直的坐标轴与惯性系的夹角由当前期望姿态的方向决定。若 $\hat{n}, \hat{b}$ 和 $\hat{b}_c$ 分别表示固联于惯性系、本体系和目标姿态系的单位向量,则关于实际姿态 MRP σ 和目标姿态 MRP σ_c 有

$$\begin{cases} \hat{b} = M(\sigma) \hat{n} \\ \hat{b}_c = M(\sigma_c) \hat{n} \end{cases} \quad (24)$$

根据式(24),定义姿态误差 MRP σ_e ^[16], 有

$$\hat{\mathbf{b}} = M(\boldsymbol{\sigma}_e) \hat{\mathbf{b}}_e \quad (25)$$

同样,使用角速度偏差 $\boldsymbol{\omega}_e$ 来表示实际角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 和目标角速度 $\boldsymbol{\omega}_e$ 之间的偏差,有

$$\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_e^b \quad (26)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_e^b = M(\boldsymbol{\sigma}_e) \boldsymbol{\omega}_e$, 是目标角速度在当前姿态坐标系中的表示。对式(26)求导,有

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_e^b = M(\boldsymbol{\sigma}_e) \dot{\boldsymbol{\omega}}_e - [\boldsymbol{\omega} \times] \boldsymbol{\omega}_e^b \quad (27)$$

将式(5)代入式(27),可得关于角速度偏差 $\boldsymbol{\omega}_e$ 的运动学微分方程为

$$\mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_e = [\boldsymbol{\omega} \times] \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J} [M(\boldsymbol{\sigma}_e) \dot{\boldsymbol{\omega}}_e - [\boldsymbol{\omega} \times] \boldsymbol{\omega}_e^b] + \mathbf{d} \quad (28)$$

式中: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{\text{gg}} - \mathbf{u} + \boldsymbol{\tau}_o$, $\boldsymbol{\tau}$ 为控制力矩、重力梯度力矩和气动力矩的总和; $\mathbf{d}$ 为环境的干扰力矩。

根据式(3)可列出关于姿态偏差 $\boldsymbol{\sigma}_e$ 和角速度偏差 $\boldsymbol{\omega}_e$ 的运动学微分方程,即

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e = \mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma}_e) \boldsymbol{\omega}_e \quad (29)$$

对式(29)求导,得到

$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_e = \dot{\mathbf{G}} \boldsymbol{\omega}_e + \mathbf{G} \dot{\boldsymbol{\omega}}_e \quad (30)$$

对式(30)左乘 $\mathbf{J}\mathbf{G}^{-1}$, 再将式(28)代入,整理得到

$$\mathbf{A}_1 \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{A}_2 \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \mathbf{A}_3 = \mathbf{u} \quad (31)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_1 = \mathbf{J}\mathbf{G}^{-1} \\ \mathbf{A}_2 = (-\mathbf{J}\mathbf{G}^{-1} \dot{\mathbf{G}} + [\boldsymbol{\omega} \times] \mathbf{J}) \mathbf{G}^{-1} \\ \mathbf{A}_3 = \mathbf{J} \mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\omega}}_e + [\boldsymbol{\omega} \times] \mathbf{J} \mathbf{M} \boldsymbol{\omega}_e - \mathbf{J} [\boldsymbol{\omega} \times] \mathbf{M} \boldsymbol{\omega}_e \end{cases} \quad (32)$$

2.2.2 滑模控制器设计

定义滑模控制器的切换函数为

$$\mathbf{s} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\sigma}_e \quad (33)$$

式中: $\boldsymbol{\lambda}$ 为三阶正定对角矩阵。

趋近律采用指数趋近律^[17], 形式为

$$\dot{\mathbf{s}} = -\boldsymbol{\varepsilon} \text{sgn } \mathbf{s} - \mathbf{k} \mathbf{s}, \boldsymbol{\varepsilon} > 0, \mathbf{k} > 0 \quad (34)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 $\mathbf{k}$ 为三阶正定对角阵; $\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{k} \mathbf{s}$, 为指数趋近项, 其解为 $\mathbf{s} = \mathbf{s}(0) e^{-\mathbf{k}t}$ 。当仅有指数趋近项时, 运动点逼近切换面是一个缓慢的渐进过程, 不能保证在有限时间内到达, 切换面上也就不存在滑动模态。因此, 要增加一个等速趋近项 $\dot{\mathbf{s}} = -\boldsymbol{\varepsilon} \text{sgn } \mathbf{s}$, 当 $\mathbf{s}$ 接近于 0 时, 趋近速度不为 0, 可保证在有限时间内到达切换面。

对式(33)求导, 代入式(34)中整理后可得

$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_e = -(\mathbf{k} + \boldsymbol{\lambda}) \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e - \mathbf{k} \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\sigma}_e - \boldsymbol{\varepsilon} \text{sgn } \mathbf{s} \quad (35)$$

将式(35)代入式(31), 化简得到滑模控制方程为

$$\mathbf{u} = -[\mathbf{A}_1(\mathbf{k} + \boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{A}_2] \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e - \mathbf{A}_1 \mathbf{k} \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\sigma}_e + (\mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\varepsilon} \text{sgn } \mathbf{s}) \quad (36)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon} \text{sgn } \mathbf{s}$ 为鲁棒项, 用于克服不确定的干扰力矩的影响。但是, 由于使用了阶跃的切换函数, 使得产生的控制信号产生抖振。考虑采用连续切换的双曲正切函数来代替阶跃函数, 从而降低滑模过程中的抖振^[18]。设计鲁棒项 $\gamma \tanh(\beta \mathbf{s})$ 代替 $\boldsymbol{\varepsilon} \text{sgn } \mathbf{s}$ 。其中, 将向量的双曲正切函数性质定义为^[19]

$$\tanh(\mathbf{q}) = \text{diag}(\tanh(q_1), \tanh(q_2), \tanh(q_3)) \quad (37)$$

式中: γ 和 β 为大于 0 的参数。 γ 与环境干扰力矩的上界有关, 干扰上界越大, γ 取值也越大。 β 的取值和边界层 Δ 相关, $\beta = 1/\Delta$ 。边界层具有如下性质: 在边界层外, 鲁棒项采用切换控制, 系统能以较快的速度到达切换面; 在边界层内, 鲁棒项采用反馈控制, 可减小抖振效应。则控制器设计为

$$\mathbf{u} = -[\mathbf{A}_1(\mathbf{k} + \boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{A}_2] \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e - \mathbf{A}_1 \mathbf{k} \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\sigma}_e + [\mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_1 \gamma \tanh(\beta \mathbf{s})] \quad (38)$$

3 仿真算例

卫星转动惯量为 $\mathbf{J} = \text{diag}(36, 36, 60) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 在高度约为 380 km 的圆轨道运行, 轨道角速度近似于常值 0.001 1 rad/s。SGCMG 选用由 4 个陀螺组成的金字塔构型, 如图 3 所示。

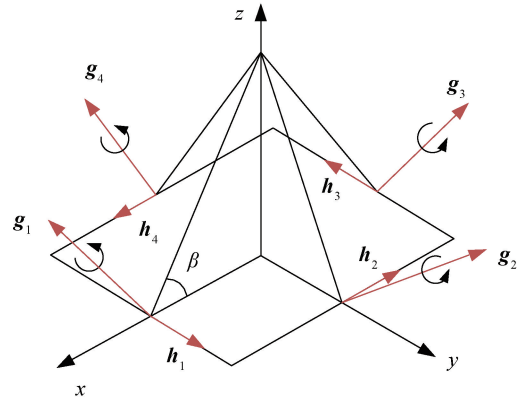


图 3 金字塔构型控制力矩陀螺机构示意图

Fig.3 Schematic diagram of pyramid configuration SGCMG

系统安装倾角 $\beta = 54.13^\circ$, $\mathbf{g}_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为每个陀螺的框架安装方向, 框架绕安装方向逆时针旋转。图 3 中, $\mathbf{h}_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为框架角为 0° 时输出角动量的方向。根据构型, 安装矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\cos \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & -\cos \beta & 0 & \cos \beta \\ \sin \beta & \sin \beta & \sin \beta & \sin \beta \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

单个陀螺角动量大小为 $1.5 \text{ N}\cdot\text{ms}$, 根据式(3), 角动量幅值为 $4.95 \text{ N}\cdot\text{ms}$. 可输出的最大控制力矩为 $5 \text{ N}\cdot\text{m}$, 最小奇异测度为 1.2, 机动时间为 50 s , 机动起始端点约束见表 1.

表 1 姿态端点约束
Tab.1 Attitude control constrains

端点约束	滚转角	俯仰角	偏航角
$\theta_0 / (^\circ)$	-2.73	-7.42	16.50
$\theta_f / (^\circ)$	-3.10	-7.47	-69.02
σ_0	0.007 1	-0.033 9	-0.007 2
σ_f	-0.032 5	-0.021 1	-0.311 2
$\omega_0 / (\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	-7.30×10^{-3}	1.75×10^{-3}	15.03×10^{-4}
$\omega_f / (\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	5.44×10^{-3}	-0.68×10^{-3}	2.20×10^{-3}

仿真试验所用的电脑配置为 Inter(R) Core (TM) i7CPU, 主频为 3.6 GHz , 内存为 4 GB , 仿真编程环境为 MATLAB R2016b. 采用 SQP 算法进行非线性优化, Bezier 曲线的控制点个数分别取 5, 6, 7, 8 (多项式阶次分别为 4, 5, 6, 7). 优化得到的轨迹性能指标和所需计算时间见表 2. 由表可知, 随着控制点增多, 优化得到的轨迹性能指标越优, 但所需的计算时间也越多, 其中, 当控制点取到最小值 5 时, 规划时间仅需 0.7 s .

表 2 不同控制点个数轨迹规划结果比较
Tab.2 Comparison of trajectory program for different numbers of control points

控制点个数	5	6	7	8
性能指标 D	0.283 8	0.247 2	0.223 6	0.209 6
计算时间/s	0.704 6	2.265 8	2.661 0	5.348 3

取 5 个控制点优化所得的姿态路径作为目标路径, 如图 4 所示, 采用滑模跟踪算法进行姿态控制. 控制器参数选取为

$$\begin{cases} \lambda = \text{diag}(2, 2, 2) \\ k = \text{diag}(1, 1, 1) \times 10^{-2} \\ \Delta = \text{diag}(5, 5, 5) \times 10^{-2} \\ \gamma = \text{diag}(5, 5, 5) \times 10^{-2} \end{cases} \quad (41)$$

加入干扰力矩 $\tau_d = [2.5 \quad -4 \quad 3.7]^T \sin(0.08) \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}$.

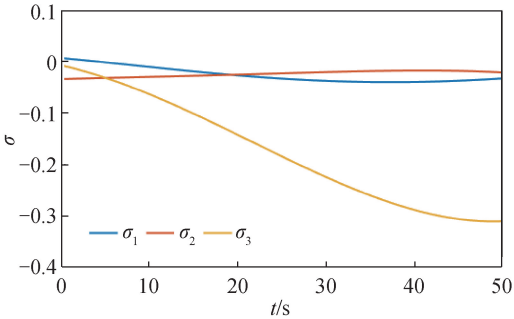


图 4 4 阶最优轨迹
Fig.4 Optimal trajectory in 4 orders

误差 MRP 的变化曲线如图 5 所示. 由图可知: 为完成初始姿态捕获, 前 6 s 控制方式为变结构控制, 有抖振现象出现; 当误差足够小后, 控制方式变为反馈控制, 实际姿态能以较小的误差平稳跟踪目标姿态. 控制力矩随时间变化情况如图 6 所示. 由图可知: 在变结构控制阶段, 控制力矩较大; 从变结构控制转为反馈控制后, 控制力矩以较小量完成姿态跟踪. 机动全程控制力矩小于 $5 \text{ N}\cdot\text{m}$, 符合 SGCMG 力矩输出能力. 机动全程 MRP 误差在 3×10^{-3} 以内, 在反馈控制阶段, MRP 误差在 2×10^{-4} 以内. 控制算法能很好跟踪期望姿态路径. 奇异度量值的变化曲线如图 7 所示. 由图可知: 在机动过程中, 奇异测度值始终大于 1.2, SGCMG 一直处于远离奇异的状态, 具有稳定的控制能力. 机动全程的角动量曲线如图 8 所示. 由图可知: 角动量一直小于 $2 \text{ N}\cdot\text{ms}$, 处于角动量饱和和上限以内.

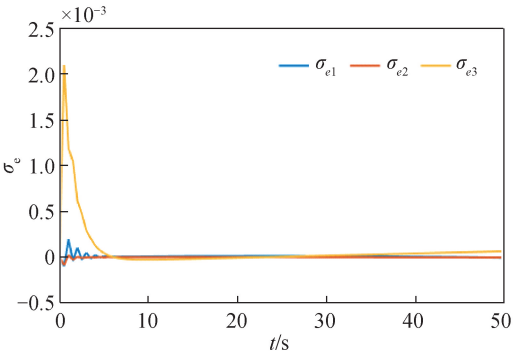


图 5 误差修正罗德里格斯参数
Fig.5 Error MRP

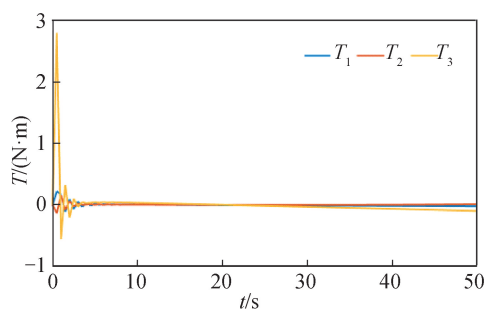


图 6 控制力矩随时间变化

Fig.6 Control force versus time

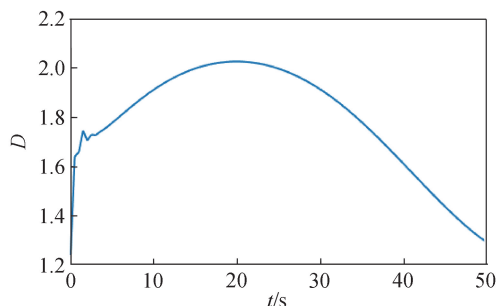


图 7 奇异度量随时间变化

Fig.7 Singularity parameter versus time

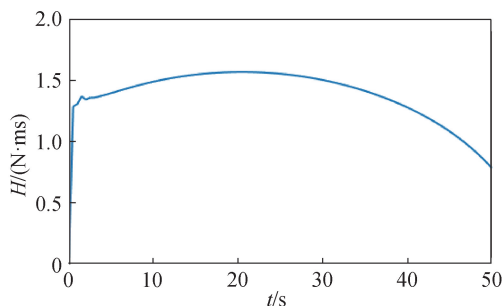


图 8 角动量值随时间变化

Fig.8 Angle momentum versus time

4 结论

本文主要针对以 SGCMG 为姿态执行机构的小卫星的姿态机动问题,基于 SGCMG 力矩输出效率高,但具有奇异饱和性能的特点,设计了基于平坦微分理论的快速参考轨迹规划方法和滑模控制器相结合的控制方法。该方法考虑了轨道角速度、重力梯度力矩和空间扰动力矩的影响,在约束范围内具有很好的控制精度,且所需的计算时间少,能满足星载在线控制的需求。该方法基于平坦微分理论将最优控制问题转化为非线性优化问题,提高了计算效率。与文献[2]中需要 6 min 计算时间相比,该算法

能在 0.8 s 内找到光滑无奇异的姿态轨迹,大大提高了规划效率;与文献[3]中仅考虑端点奇异状态的规划方法相比,该算法考虑了机动过程中的奇异状态,能保证在机动过程中不会陷入奇异,更具稳定性,可满足星载在线控制的需求。采用具有 N_B 个控制点的 Bezier 多项式来表示轨迹,保证姿态轨迹 $N_B - 1$ 阶连续,所设计的的轨迹具有角速度和角加速度连续、轨迹平滑的优点。本文算法能在有限干扰的影响下以小误差跟踪期望姿态,保证了跟踪精度,使机动全程控制力矩、角动量、奇异测度都在限定范围内。然而,多项式对曲线的表述能力有限,这也导致优化得到的姿态轨迹一般是能量次优解。在后续研究中,将寻找更具完备性的多项式来描述平坦输出。

参考文献

- [1] 来林,李刚,武登云,等.微小卫星用微型控制力矩陀螺研究[J].空间控制技术与应用,2017,43(5): 43-48.
- [2] 赵乾.考虑力矩陀螺奇异与饱和的空间站姿态机动控制策略与路径规划[D].长沙:国防科学技术大学,2015.
- [3] 孙志远,金光,张刘,等.基于自适应高斯伪谱法的 SGCMG 无奇异框架角轨迹规划[J].宇航学报,2012,33(5): 597-604.
- [4] FLIESS M, LÉVINE J, MARTIN P, et al. On differentially flat nonlinear systems[J]. Nonlinear Control Systems Design, 1993, 25(3): 159-163.
- [5] LOUEMBET C, CAZAURANG F, ZOLGHADRI A, et al. Design of algorithms for satellite slew manoeuvre by flatness and collocation[C]//American Control Conference. New York: IEEE, 2007: 3168-3173.
- [6] WANG Y. Comparison of quaternion and rodrigues parameters on attitude algorithm of secondary planet[J]. Chinese Space Science & Technology, 2007, 20(4): 858-863.
- [7] 李传江,郭延宁,马广富.单框架控制力矩陀螺的奇异分析及操纵律设计[J].宇航学报,2010,31(10): 2346-2353.
- [8] PARADISO J A. Global steering of single gimbal control moment gyroscopes using a directed search[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 1992, 15(5): 1236-1244.
- [9] WIE B. Singularity analysis and visualization for single-gimbal control moment gyro systems[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(2): 271-282.

过合适的硬件以及数字信号处理技术,装置的失真度将得到进一步的降低。

参考文献

- [1] 赵瑜,李莎莎,刘喆,等.某双脉冲发动机压力振荡产生机理及抑制方法分析[J]. 上海航天, 2018, 35(04): 128-133.
- [2] 王迪,聂万胜,王辉,,等.推进剂入口压力响应时间对发动机起动过程的影响[J]. 上海航天, 2017, 34(5): 83-87.
- [3] 许友林,陈丹丹,熊玲.舰船柴油机缸内工作过程监测系统设计与实现[J]. 国外电子测量技术, 2015, 34(4): 54-59.
- [4] 林伟国,郑志受.基于动态压力信号的管道泄漏检测技术研究[J]. 仪器仪表学报, 2006(8): 907-910.
- [5] 夏永乐,翟永.冲击波压力传感器动态特性补偿及其应用[J]. 测试科学与仪器:英文版, 2016(1): 48-53.
- [6] 杨文杰,张志杰,王代华,等.压力传感器动态误差修正方法的 FPGA 实现[J].传感技术学报, 2017, 30(3): 402-406.
- [7] 欧阳晖,郑南,刘晓鹏,等.压气机级间流场的动态压力测量系统设计与应用[J].计量与测试技术, 2017, 44(6): 79-82.
- [8] 杨军,张力,李程,等.动态压力标准发展现状[J].计测技术, 2012, 32(增刊 1): 11-15.
- [9] ISA SP37. 16 Subcommittee. A guide for the dynamic

calibration of pressure transducers[S]. The Instrumentation, Systems, and Automation Society, ISA-37. 16. 01, 2002.

- [10] 杨军,梁志国,燕虎,等.欧洲动态计量技术发展[J]. 计测技术, 2015, 35(03): 1-9.
- [11] 李程,张炳毅,杨军.俄罗斯动态压力标准概况[J]. 计测技术, 2012, 32(增刊 1): 16-18.
- [12] 李德才,谢君.一种四杆式正弦压力发生器: CN204007997U[P]. 北京, 2014.
- [13] 李程,杨军,张炳毅.基于差动式活塞原理的正弦压力发生器[J].计测技术, 2014, 34(增刊 2): 17-19.
- [14] 陶继增,李程,李欣.一种新型正弦压力发生器[J]. 计测技术, 2008, 28(3): 24-25.
- [15] 姬忠礼,席葆树.驻波管型正弦压力振荡器的特性测定[C]//中国工程热物理学会流体机械学术会议. 洛阳: 中国工程热物理学会, 1997: 20-25.
- [16] 张力,李程.正弦压力标准[J].仪器仪表学报, 2001, 22(增刊 1): 44-45.
- [17] 姜益,郭建生,顾晓宇.基于 ALE 法疏浚抓斗挖掘过程的仿真分析[J]. 起重运输机械, 2017(1): 44-47.
- [18] 毛娅,陈家乐,陈作炳,等.采用拉格朗日法与欧拉法模拟旋风筒内气固两相流的对比研究[J]. 硅酸盐通报, 2017, 36(2): 459-465.
- [19] 张力,李程,刘晶,等.动态压力传感器检定规程 JJG 624,[S]. 全国压力计量技术委员会, 2005.

(本文编辑:姚麒伟)

(上接第 95 页)

- [10] TANG C P, MILLER P T, KROVI V N, et al. Differential-flatness-based planning and control of a wheeled mobile manipulator—theory and experiment [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(4): 768-773.
- [11] LOUEMBET C, CAZAURANG F, ZOLGHADRI A, et al. Design of algorithms for satellite slew manoeuvre by flatness and collocation[C]// American Control Conference. New York: IEEE, 2007: 3168-3173.
- [12] 吴忠,吴宏鑫.单框架控制力矩陀螺系统操纵律研究综述[J]. 宇航学报, 2000, 21(4): 140-145.
- [13] XIA Y, PU F, LI S, et al. Lateral path tracking control of autonomous land vehicle based on ADRC and differential flatness[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(5): 3091-3099.
- [14] YAKIMENKO O A. Direct method for rapid prototyping of near-optimal aircraft trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(5):

865-875.

- [15] ACAR T, AGRAWAL P N, NEER T. Bezier variant of the Bernstein-Durrmeyer type operators [J]. Results in Mathematics, 2017, 72(3): 1341-1358.
- [16] AKELLA M R, VALDIVIA A, KOTAMRAJU G R. Velocity-free attitude controllers subject to actuator magnitude and rate saturations [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 28(4): 659-666.
- [17] 李九人,李海阳,唐国金.对无控旋转目标逼近的自适应滑模控制[J]. 宇航学报, 2011, 32(4): 815-822.
- [18] CUI H T, CHENG X J. Anti-unwinding attitude maneuver control of spacecraft considering bounded disturbance and input saturation [J]. Science China Technological Sciences, 2012, 55(9): 2518-2529.
- [19] ZHANG J. A study on singularity analysis of large spacecraft SGCMG system[J]. Chinese Space Science & Technology, 2001, 57(1): 138-142.

(本文编辑:李栋颢)