

# 含间隙铰链的非线性动力学建模及数值分析

徐彦<sup>1</sup>, 王培栋<sup>1</sup>, 孙禄君<sup>2,3</sup>, 朱东方<sup>2,3</sup>, 方琴<sup>1</sup>

(1. 浙江大学 航空航天学院, 浙江 杭州 310027; 2. 上海航天控制技术研究所, 上海 201109;

3. 上海市空间智能控制技术重点实验室, 上海 201109)

**摘要:** 针对空间可展开机构中的含间隙铰链, 建立非线性动力学模型, 研究其非线性动力学特性。将含间隙铰链实体等效为“T”字型梁模型, 针对两侧端部的径向碰撞和侧向碰撞, 首次提出了碰撞点的检测算法。针对不同的碰撞类型, 建立相应的非线性接触力和摩擦力分析模型, 将碰撞点处的作用力等效施加到“T”字型梁模型上。进行“T”字型梁模型在轴向冲击载荷下的动力学特性分析, 并与 ANSYS 软件的分析结果进行比较, 验证了含间隙铰链非线性动力学模型的有效性。分析了有多个含间隙铰链的可展开桁架动力学响应特性, 研究含间隙铰链对桁架响应的影响机理。结果表明: 采用含间隙铰链的动力学模型, 可以更加精确地分析可展开桁架结构的非线性动力学响应, 为可展开桁架结构的动力学设计提供支撑。

**关键词:** 空间可展开机构; 含间隙铰链; 非线性动力学; 碰撞检测算法

**中图分类号:** V 423.4

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.19328/j.cnki.1006-1630.2020.01.008

## Nonlinear Dynamic Modeling and Numerical Analysis with Clearance Joints

XU Yan<sup>1</sup>, WANG Peidong<sup>1</sup>, SUN Lujun<sup>2,3</sup>, ZHU Dongfang<sup>2,3</sup>, FANG Qin<sup>1</sup>

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang, China;

2. Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 201109, China;

3. Shanghai Key Laboratory of Space Intelligent Control Technology, Shanghai 201109, China)

**Abstract:** A nonlinear dynamic model for the clearance joints in space deployable mechanisms is established, and the nonlinear dynamic characteristics are studied. The clearance joint entity is equivalent to a T-type beam model. For the radial and lateral collision at the ends of two sides, a detection algorithm for collision points is proposed for the first time. The analysis models for the nonlinear contact force and friction corresponding to different collision types are established, and the equivalent force at the collision points is applied to the T-type beam model. The dynamic characteristics of the T-type beam model under axial impact loads are analyzed, and the results are compared with the analysis results from the ANSYS software, by which the effectiveness of the nonlinear dynamic model for clearance joints is verified. The dynamic response characteristics of a deployable truss structure with multiple clearance joints are analyzed, and the influence mechanisms of the clearance joints on the dynamic responses are investigated. The results show that the nonlinear dynamic responses of deployable truss structures can be analyzed more precisely by using the dynamic model with clearance joints, which can provide support for the dynamic design of deployable truss structures.

**Key words:** space deployable mechanism; clearance joint; nonlinear dynamics; detection algorithm for collision

## 0 引言

由于机构运动副和其他设计需求, 空间可展开机构铰链运动副中不可避免地存在铰链间隙<sup>[1]</sup>, 导致空间可展开机构具有非光滑力学特征: 1) 铰链间

的间隙使得机构的实际运动与理想运动之间出现偏差, 在展开和振动过程中各构件之间不可避免地产生接触和分离; 2) 由于间隙的存在, 使得碰撞时的加速度、运动副反力、平衡力矩等超出理想零间

收稿日期: 2018-07-17; 修回日期: 2018-09-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11532011, 11402229); 上海航天科技创新基金资助项目(SAST2016074)

作者简介: 徐彦(1982—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为航天器结构机构、空间机器人。

隙时的几倍甚至十几倍<sup>[2]</sup>;3) 铰链中运动部件间的干摩擦也是引起可展机构非光滑特征的主要因素之一。间隙、碰撞和干摩擦等复杂非光滑因素使得空间可展开机构在展开过程及锁定后容易发生振动,锁定后在时变的空间热载荷作用下容易引发热致振动,直接影响航天器姿态运动以及有效载荷的指向稳定度,且这些因素往往难以完全有效控制。

由于铰链中存在间隙,在振动过程中铰链的运动副之间会发生相互接触和碰撞。碰撞分析模型主要有:1) 经典瞬时冲击模型,碰撞过程被认为是瞬时完成的,根据恢复系数和动量守恒定理确定碰撞前后的瞬时速度关系<sup>[3-4]</sup>。该模型不必考虑碰撞力和时间的关系,计算效率较高。但是模型中的恢复系数依赖于实验,缺乏完备的理论支持,也不能描述碰撞力持续时间和作用过程。2) 铰链的实体接触模型<sup>[5]</sup>,可充分地考虑复杂形状和局部变形,分析碰撞力的时间历程与空间分布规律<sup>[6]</sup>。但是由于处理接触过程的繁杂性和计算效率低等,在复杂结构分析中应用较少。3) 连续接触碰撞力模型,包括 Kelvin-Voigt 线性弹簧阻尼模型<sup>[7]</sup>、Hertz 接触模型<sup>[8]</sup>、Hunt-Crossley 模型、Lankarani-Nikravesh (L-N) 模型、改进 L-N 模型、Bai 小间隙接触模型<sup>[9]</sup>等。这些模型简单方便,可以描述压缩和恢复过程,考虑了接触力的大小和接触碰撞的时间历程,但是各有适用条件。由于空间可展开机构大多工作在真空环境中,运动副清洁表面直接接触,在运动过程中产生干摩擦。摩擦分析模型分为静态摩擦模型和动态摩擦模型两类<sup>[10]</sup>。静态模型将摩擦力描述为相对速度的函数,而动态模型描述为相对速度和位移的函数。静态模型包括:库伦模型、静摩擦与库伦模型、Stribeck 模型、状态转换模型、Armstrong 七参数模型等。动态模型包括:Dahl 模型、Bliman-Sorine 模型、Oden 模型、复位积分器模型、鬃毛模型、LuGre 模型<sup>[12]</sup>、Leuven 模型<sup>[11]</sup>等。对于间隙铰链中的摩擦,应采用动态模型。

现有的间隙铰链分析模型大多为二维模型,但是实际的间隙铰链均为三维结构,间隙铰链中不仅存在销轴径向接触碰撞,而且在销轴轴向也存在接触碰撞,销轴轴线和轴套轴线还存在夹角。针对典型的圆柱状铰链中发生轴向和侧向耦合碰撞的动力学特点,本文提出了更为合理的含间隙铰链分析模型,并将其应用于含间隙铰链桁架的动力学建模与仿真中。

## 1 含间隙铰链非线性动力学模型

### 1.1 “T”字型等效梁模型

含间隙铰链运动副包括销轴和轴套,实体模型如图 1 所示,可将销轴简化为圆柱体,轴套内表面简化为圆柱面。接触碰撞力的作用点并不在销轴或轴套的轴线上,为了建立含间隙铰链分析模型,含间隙铰链可简化为如图 2 所示的两个相互作用的“T”字型等效梁模型。图 2 中,等效梁模型中的梁 12 代表销轴,梁 45 代表轴套,点 1、2 是销轴的端点,点 3 为销轴中点,点 4、5 是轴套的端点,点 6 为轴套中点,销轴和轴套分别通过点 7、8 和其他构件相连接。梁 13、23、37、46、56、68 都用三维梁单元来离散建模。在该分析模型中,侧向、径向碰撞力都只能施加在销轴和轴套梁单元的节点上。

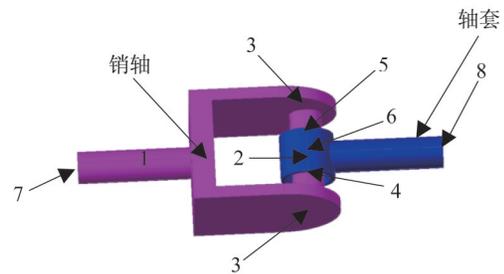


图 1 含间隙铰链实体

Fig.1 An entity with clearance joints

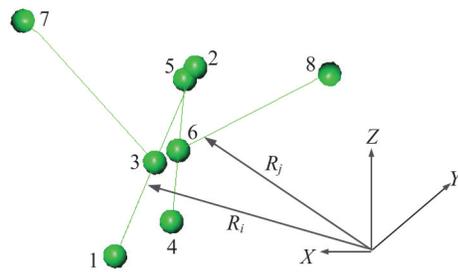


图 2 “T”字型梁模型

Fig.2 T-type beam model

理想的铰链中没有间隙,销轴和轴套只存在绕公共轴线的相对转动。对二维平面间隙铰链,销轴与轴套之间存在销轴径向的间隙。而实际含间隙铰链结构中同时存在侧向和径向间隙,如图 3 所示。当轴套与销轴挡块发生碰撞时,称为侧向碰撞(如图 3(a)所示);当轴套与销轴发生沿径向的碰撞时,称为径向碰撞(如图 3(b)所示)。而且侧向和径向碰撞还可能同时发生,导致在运动过



推导径向碰撞的潜在碰撞点和最小距离,轴套端面圆周上的某一点与销轴圆柱外表面间的距离是轴套与销轴间的最小距离,且在同一时刻轴套的两个端面圆周都有可能与销轴发生接触,即潜在接触点必然位于轴套两端面的圆周上。图 4 中,已知销轴两端节点 1、2、3 在绝对坐标系下的位矢分别为  $R_{1i}$ 、 $R_{2i}$ 、 $R_{3i}$ , 和轴套两端节点 4、5 在绝对坐标系下的位矢分别为  $R_{4i}$ 、 $R_{5i}$ 。还已知销轴外径为  $R_i$ , 轴套内径为  $r_j$ , 外半径为  $R_j$ 。接下来分步骤说明:

### 步骤 1 确定切平面 $\square T_1 T_1'$ 。

如图 4 所示,销轴轴线矢量  $r_{12} = R_{2i} - R_{1i}$ , 由轴套一端面圆心 4 点向销轴轴线单位矢量  $e_{12} = \frac{r_{12}}{|r_{12}|}$  作垂线,垂足记为  $4'$ ,在矢量三角形  $\triangle 344'$  中有

$$r_{34} = R_{4j} - R_{3i} \quad (3)$$

其绝对坐标  $R_{4'}$  为

$$R_{4'} = r_{34'} - r_{34} + R_{4j} = (r_{34}^T e_{12}) e_{12} - r_{34} + R_{4j} \quad (4)$$

则 4 点和  $4'$  点的连接矢量为

$$r_{44'} = R_{4'} - R_{4j} \quad (5)$$

其单位矢量为  $e_{44'}$ 。延长线  $44'$  与销轴圆柱体在  $4'$  处的横截面圆周相交于点  $T_1$ , 点  $T_1$  的绝对坐标  $R_{T_1}$  为

$$R_{T_1} = R_{4j} \cdot e_{44'} + R_{4j} \quad (6)$$

过点  $T_1$  作销轴圆柱体外表面的切平面,记为  $YT_1 T_1'$ , 方程为

$$r_{44'} \cdot (x - R_{T_1}) = 0 \quad (7)$$

切平面中既垂直于  $44'$ , 又垂直于销轴轴线矢量  $r_{12}$  的一条直线矢量  $r_{T_1 T_1'}$  为

$$r_{T_1 T_1'} = e_{44'} \times r_{12} \quad (8)$$

### 步骤 2 确定径向碰撞的潜在碰撞点。

过点 4 作销轴切平面  $\square T_1 T_1'$  的平行平面  $\square \tau_1$ , 平面  $\square \tau_1$  中过点 4 并和  $r_{T_1 T_1'}$  平行的直线为  $4Q_1$ , 线  $4Q_1$  的矢量为  $r_{4Q_1} = r_{T_1 T_1'}$ 。径向碰撞的潜在碰撞点  $n'_{j1}$  位于和平面  $\square \tau_1$  平行的轴套切平面上, 在以点 4 为圆心的轴套端面内圆周上, 则线  $4 - n'_{j1}$  的矢量为

$$r_{4n'_{j1}} = r_{45} \times r_{4Q_1} \quad (9)$$

潜在碰撞点  $n'_{j1}$  在线  $44'$  上的投影位于线  $44'$  的延长线, 故如果满足  $r_{4n'_{j1}} \cdot e_{44'} > 0$ , 点  $n'_{j1}$  的位矢即可求得

$$R_{n'_{j1}} = r_j \frac{r_{4n'_{j1}}}{|r_{4n'_{j1}}|} + R_{4j} \quad (10)$$

如果满足  $r_{4n'_{j1}} \cdot e_{44'} < 0$ , 点  $n'_{j1}$  的位矢为

$$R_{n'_{j1}} = -r_j \frac{r_{4n'_{j1}}}{|r_{4n'_{j1}}|} + R_{4j} \quad (11)$$

显然切线  $n'_{j1} 61'$  与切平面  $\square T_1 T_1'$  之间的距离为该端销轴与轴套在销轴径向的最小距离, 点  $n'_{j1}$  到销轴切平面的距离为该端销轴与轴套在销轴径向的最小距离, 点  $n'_{j1}$  即为该端部的潜在接触点。潜在碰撞点  $n'_{j1}$  在轴套上, 对应的销轴上的潜在碰撞点  $n_{i1}$  为点  $n'_{j1}$  在切平面  $\square T_1 T_1'$  上的投影, 得

$$R_{n_{i1}} = -(e_{44'} \cdot (R_{n'_{j1}} - R_{T_1})) e_{44'} + R_{n'_{j1}}$$

### 步骤 3 确定径向碰撞的间隙大小和方向。

如果轴套上点  $n'_{j1}$  嵌入销轴, 下式为负号; 如果轴套和销轴处于分离状态, 下式为正号。

$$\nabla_1 = \text{sgn}((R_{n'_{j1}} - R_{4j}) e_{44'} - R_i - |r_{44'}|) \quad (12)$$

轴套和销轴在该端部的径向接触碰撞最小距离为

$$S_1 = \nabla_1 e_{44'} \cdot (R_{n'_{j1}} - R_{T_1}) \quad (13)$$

如果  $S_1 < 0$  发生接触碰撞, 该端部接触碰撞力在轴套上的作用点在点  $n'_{j1}$ , 在轴套上的作用点在点  $n_{i1}$ , 作用方向沿着  $44'$  矢量方向, 销轴对轴套的非线性接触力作用方向  $e_{44'}$ 。整理上述公式得到轴套和销轴在该端部的径向接触碰撞最小距离为

$$S_1 = \nabla_1 e_{44'} \cdot (R_{n'_{j1}} - R_{T_1}) = \nabla_1 e_{44'} \cdot \left( \text{sgn}(r_{4n'_{j1}} \cdot r_{44'}) r_j \frac{r_{4n'_{j1}}}{|r_{4n'_{j1}}|} + R_{4j} - R_{T_1} \right) \quad (14)$$

式中的各项均为销轴、轴套的轴线矢量及截面尺寸, 故径向接触碰撞最小距离为销轴、轴套的轴线节点绝对坐标及截面尺寸的函数。

### 步骤 4 确定侧向碰撞的潜在碰撞点。

接下来推导侧向碰撞的潜在碰撞点和最小距离, 侧向碰撞发生在轴套外表面和销轴挡板之间。以点 4 为圆心的轴套端面和以点  $4'$  为圆心的销轴截面相交于过点 4 的直线  $4P_1$ , 该直线分别和销轴、轴套轴线垂直, 矢量  $4P_1$  为

$$r_{4P_1} = r_{45} \times r_{12} \quad (15)$$

侧向碰撞的潜在碰撞点  $n''_{j1}$  在以点 4 为圆心的轴套端面外圆周上, 且距离销轴挡板最小, 等效于距离以点  $4'$  为圆心的销轴截面最大。故线  $4 - n''_{j1}$  垂直于交线  $4P_1$ , 同时垂直于轴套轴线 45, 有

$$r_{4n''_{j1}} = r_{4P_1} \times r_{45} \quad (16)$$

侧向碰撞的潜在碰撞点  $n''_{j1}$  在轴线 12 上的投影

位于点 4' 的左侧,故如果满足  $r_{4n_j''} \cdot e_{12} > 0$ ,点  $n_j''$  的位矢即可求得

$$R_{n_j''} = -R_j \frac{r_{4n_j''}}{|r_{4n_j''}|} + R_{4j} \quad (17)$$

式中: $R_j$ 为轴套外半径。

如果满足  $r_{4n_j''} \cdot e_{12} < 0$ ,潜在碰撞点的位矢即可求得

$$R_{n_j''} = R_j \frac{r_{4n_j''}}{|r_{4n_j''}|} + R_{4j} \quad (18)$$

潜在碰撞点  $n_j''$  在轴套上,对应的销轴上的潜在碰撞点  $n_i''$  绝对坐标为

$$R_{n_i''} = R_{n_j''} - (e_{12} \cdot (R_{n_j''} - R_{1i}))e_{12} \quad (19)$$

**步骤 5** 确定侧向碰撞的间隙大小和方向。

记销轴轴线长度为  $L_i = |r_{12}|$ ,点  $n_j''$  和点 3 的连线矢量为  $r_{3n_j''} = R_{n_j''} - R_{3i}$ 。销轴挡板平面的法矢即销轴轴线矢量  $r_{12}$ ,如果轴套上点  $n_j''$  嵌入销轴挡板平面,下式为负号;如果轴套和销轴挡板平面处于分离状态,下式为正号。

$$\nabla_3 = \operatorname{sgn} \left( \frac{L_i}{2} - \frac{r_{3n_j''} \cdot r_{12}}{|r_{12}|} \right) \quad (20)$$

则轴套和销轴在该端部的侧向接触碰撞最小距离为

$$S_3 = \nabla_3 e_{12} \cdot (R_{n_j''} - R_{1i}) \quad (21)$$

如果  $S_3 < 0$  发生接触碰撞,该端部接触碰撞力在轴套上的作用点在点  $n_j''$ ,在销轴挡板上的作用点在点  $n_i''$ ,作用方向沿着销轴轴线方向,销轴对轴套的非线性接触力作用方向为  $e_{12}$ 。整理上述公式得到轴套和销轴在该端部的侧向接触碰撞最小距离为

$$S_3 = \nabla_3 e_{12} \cdot \left( \operatorname{sgn}(r_{4n_j''} \cdot e_{12}) R_j \frac{r_{4n_j''}}{|r_{4n_j''}|} + R_{4j} - R_{1i} \right) \quad (22)$$

侧向接触碰撞最小距离也为销轴和轴套的轴线节点绝对坐标及截面尺寸的函数。

采用同样方法可以进行 2 节点侧的潜在接触碰撞检测。

## 2.2 含间隙铰链接触力分析模型

含间隙铰链接触碰撞的类型按销轴和轴套轴线是否平行可分为两大类:如果销轴和轴套轴线平行,径向碰撞为线碰撞,侧向碰撞为面碰撞,其中线碰撞可简化为二维碰撞,按点碰撞处理;如果销轴

和轴套轴线不平行,径向碰撞为点碰撞,侧向碰撞为点碰撞或者点-面斜碰撞。

### 2.2.1 点碰撞力分析

在图 4 中,接触碰撞对点  $n_i$  和点  $n_j'$  的碰撞截面是过点  $n_i$  的销轴截面,其受力状态按以下模型近似处理。根据间隙尺寸的不同,可以按以下两种碰撞力假设模型建模:小间隙的铰链径向非线性接触模型和大范围间隙的铰链径向非线性接触模型。

1) 小间隙的铰链径向非线性接触模型。

对于小间隙接触碰撞,由于接触碰撞载荷的作用,将导致间隙铰轴与轴承间的接触面积增大,进一步将导致间隙铰轴与轴承的接触为协调接触。采用改进的非线性连续接触力模型来描述小间隙的铰链接触碰撞作用<sup>[9]</sup>,其表达式如下:

$$F_N = K\delta^n + \xi\dot{\delta} \quad (23)$$

式中: $\delta$ 为接触点穿透深度; $\dot{\delta}$ 为相对碰撞速度; $K$ 为碰撞体的非线性刚度系数; $\xi$ 为改进的阻尼系数。式中右边第一项代表碰撞过程的弹性变形力,第二项为碰撞过程中的阻尼力项,则述了碰撞过程中的能量损失行为。在图 4 中, $F_N$  的作用方向沿着  $44'$  矢量方向。

碰撞体的非线性刚度系数为<sup>[13]</sup>

$$K = \frac{dP}{d\delta} = \frac{1}{8} \pi E' \sqrt{\frac{2\delta [3(R_1 - R_2) + 2\delta]^2}{(R_1 - R_2 + \delta)^3}} \quad (24)$$

式中: $R_1$ 、 $R_2$ 为接触对在接触点处的曲率半径,当小间隙时,销轴和轴套的轴线夹角不大,轴套和销轴的弹性变形较小,可以视为轴套和销轴的几何半径; $E'$ 为复合弹性模量。

改进的阻尼系数  $\xi$  为

$$\xi = \frac{3K(1 - c_e^2)e^{2(1-c_e)\delta^n}}{4\dot{\delta}^{(-)}} \quad (25)$$

式中: $c_e$ 为恢复系数; $\dot{\delta}^{(-)}$ 为接触点的初始相对速度。该阻尼系数不受碰撞恢复系数的限制。

2) 大范围间隙的铰链径向非线性接触模型。

协调接触模型和非协调接触模型中的大间隙和小间隙假设,限制了接触模型在不同间隙下的适用性。因此,为了建立更加精确的接触模型,需要从精确的接触深度和接触半角关系着手<sup>[15]</sup>。铰链中单耳板和销轴间隙接触时,铰链接触力和接触点穿透深度的关系为

$$F_N = \delta \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{2 \ln \left[ \frac{4R_1}{\sqrt{R_2^2 - \frac{1}{4} \left( \frac{R_2^2 - R_1^2}{\delta + \Delta R} + \delta + \Delta R \right)^2}} \right]}^{-1} \quad (26)$$

该接触碰撞模型的假设与接触体之间的间隙大小无关,适用于大范围间隙下的铰链接触。

### 2.2.2 摩擦模型

含间隙铰链存在干摩擦,Coulomb摩擦模型是应用最为广泛的铰链间摩擦模型,其形式如下:

$$F_T = -\mu_d F_N \operatorname{sgn}(\mathbf{v}_t) \quad (27)$$

式中: $\mu_d$ 为滑动摩擦系数; $F_N$ 为法向接触力; $\mathbf{v}_t$ 为接触过程中的相对切向速度。摩擦力总是阻碍运动,与运动速度 $\mathbf{v}_t$ 相反,其大小为常值。

运动副元素在切向接触时,相对运动速度较低时会出现粘滞等现象,并且在数值计算时摩擦力会随着速度方向的变化而突变。为了解决切向速度为零时摩擦力状态转换的问题,采用一种修正的Coulomb摩擦力模型<sup>[14]</sup>,该模型中摩擦系数随切向滑动速度动态变化,摩擦力计算公式为

$$F_T = -\mu F_N \frac{\mathbf{v}_t}{|\mathbf{v}_t|} \quad (28)$$

该模型中摩擦系数 $\mu$ 是滑动摩擦系数 $\mu_d$ 和动态修正系数 $c_d$ 的函数, $\mu = \mu_d c_d$ ,

$$c_d = \begin{cases} 0, & v_t \leq v_0 \\ \frac{v_t - v_0}{v_1 - v_0}, & v_0 \leq v_t \leq v_1 \\ 1, & v_t \geq v_1 \end{cases} \quad (29)$$

式中: $v_0$ 、 $v_1$ 为给定的切向速度限值; $v_t = |\mathbf{v}_t|$ 。

### 2.2.3 面碰撞力分析

当销轴和轴套的轴线平行( $R_{12} // R_{45}$ )时,轴套和销轴侧板之间的接触类型为面接触,接触面域为圆环,面积为

$$A = \pi(R_j^2 - r_j^2) \quad (30)$$

接触碰撞力可表示为<sup>[16]</sup>

$$F_N = \frac{\pi E_j \delta}{l_j} (R_j^2 - r_j^2) \quad (31)$$

式中: $E_j$ 为轴套材料的弹性模量; $R_j$ 为轴套外半径; $r_j$ 为内径; $l_j$ 为轴套长度。

## 3 非线性铰链力施加方法

### 3.1 点碰撞的等效施加

#### 3.1.1 径向接触力的等效施加

如图5所示,销轴和轴套在1节点侧发生了径向碰撞,该端部接触碰撞力在轴套上的作用点在点 $n_{j1}$ ,在轴套上的作用点在点 $n_{i1}$ 。销轴和轴套在建模时分别用杆单元12和45代替,轴套45在接触点 $n_{j1}$ 处受到的径向碰撞力 $F_{N1}$ ,销轴12在点 $n_{i1}$ 受到碰撞力 $F_{N1}$ ,径向碰撞力必位于点1、2、4所在的平面Y124内。

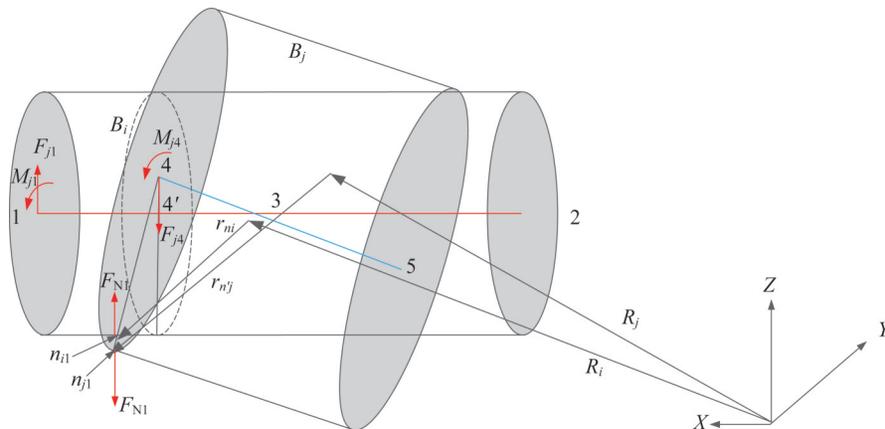


图5 径向接触力等效施加

Fig.5 Equivalent application of the radial contact force

根据力的等效原理,在平面 $\square 124$ 上,如果将轴套45在点 $n_{j1}$ 所受的碰撞力平移到点4,需要在点4

上施加力 $F_{j4}$ ,还需要同时施加如图5所示的力矩 $M_{j4}$ :

$$F_{j4} = F_{N1} \frac{\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|}, M_{j4} = \mathbf{r}_{4n_{j1}} \times F_{N1} \frac{\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|} \quad (32)$$

同样,将销轴在接触点  $n_i$  受到的碰撞力进行等效平移到点 1,需要同时施加如图 5 所示的力  $F_{i1}$  和力矩  $M_{i1}$ :

$$F_{i1} = F_{N1} \frac{-\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|}, M_{i1} = \mathbf{r}_{1n_{i1}} \times F_{N1} \frac{-\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|} \quad (33)$$

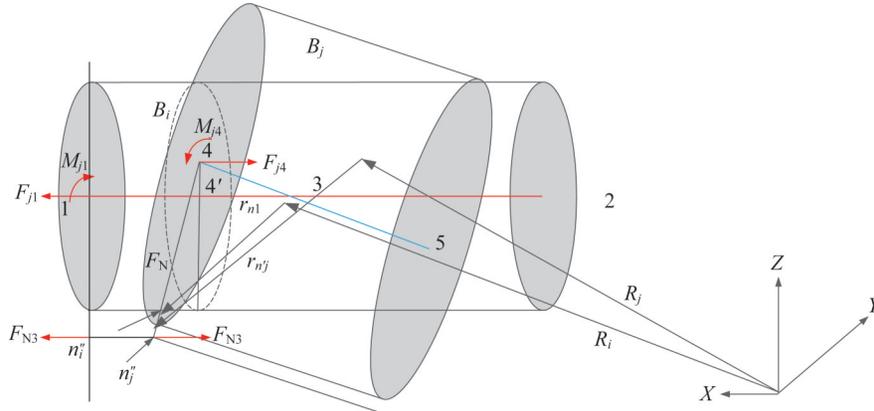


图 6 侧向接触力等效施加

Fig.6 Equivalent application of the lateral contact force

采用相同的等效方法,在平面  $\square 124$  上,将轴套 45 在点  $n_j''$  所受的碰撞力平移到点 4,需要在点 4 上施加力  $F_{j4}$ ,还需要同时施加如图 6 所示的力矩  $M_{j4}$ :

$$F_{j4} = F_{N3} \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|} \quad (34)$$

$$M_{j4} = \mathbf{r}_{4n_{j1}} \times F_{N3} \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

将销轴挡板在接触点  $n_i''$  受到的碰撞力平移到点 1,需要同时施加如图 6 所示的力  $F_{i1}$  和力矩  $M_{i1}$ :

$$F_{i1} = F_{N3} \frac{-\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}, \quad (35)$$

$$M_{i1} = \mathbf{r}_{1n_{i1}} \times F_{N3} \frac{-\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

接触点处的摩擦力等效和接触力类似。

### 3.2 面碰撞的等效施加

当销轴挡板和轴套发生面碰撞时,采用相同的等效方法,在平面  $\square 124$  上,将轴套 45 所受的碰撞力  $F_N$  平移到点 4,得

$$F_{j4} = F_N \mathbf{r}_{12} \quad (36)$$

销轴所受的碰撞力  $F_N$  平移到点 1,得

$$F_{i1} = -F_N \mathbf{r}_{12} \quad (37)$$

### 3.1.2 侧向接触力的等效施加

如图 6 所示,如果销轴和轴套在一端发生了侧向碰撞,考虑实际中轴套的壁厚,接触点为点  $n_j''$ 。销轴和轴套在建模时分别用杆单元 12 和 45 代替,轴套 45 在接触点  $n_j''$  受到的侧向碰撞力  $F_{N3}$ ,销轴挡板在点  $n_i''$  点受到碰撞力  $F_{N3}$ 。

### 3.3 含间隙铰链碰撞合力模型

当含间隙铰链存在  $N$  个接触碰撞点,等效施加后,各节点上附加的非线性铰链力由上述各种碰撞类型的碰撞力集成得到,如“T”字型等效梁模型中节点 1、4、2、5 上作用总的接触碰撞力为

$$F_1 = F_{N1} \frac{-\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|} + F_{N3} \frac{-\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

$$M_1 = \mathbf{r}_{1n_{i1}} \times F_{N1} \frac{-\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|} + \mathbf{r}_{1n_{i2}} \times F_{N3} \frac{-\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

$$F_4 = F_{N1} \frac{\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|} + F_{N3} \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

$$M_4 = \mathbf{r}_{4n_{j1}} \times F_{N1} \frac{\mathbf{r}_{44'}}{|\mathbf{r}_{44'}|} + \mathbf{r}_{4n_{j1}} \times F_{N3} \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|} \quad (38)$$

$$F_2 = F_{N2} \frac{-\mathbf{r}_{55'}}{|\mathbf{r}_{55'}|} + F_{N4} \frac{-\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

$$M_2 = \mathbf{r}_{2n_{i2}} \times F_{N2} \frac{-\mathbf{r}_{55'}}{|\mathbf{r}_{55'}|} + \mathbf{r}_{2n_{i2}} \times F_{N4} \frac{-\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

$$F_5 = F_{N2} \frac{\mathbf{r}_{55'}}{|\mathbf{r}_{55'}|} + F_{N4} \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

$$M_5 = \mathbf{r}_{5n_{j2}} \times F_{N2} \frac{\mathbf{r}_{55'}}{|\mathbf{r}_{55'}|} + \mathbf{r}_{5n_{j2}} \times F_{N4} \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|}$$

然后将非线性铰链力等效施加到图 2 中“T”字型模型的节点 1、2 和 4、5 上,得

$$F_a = [F_{a1} \quad F_{a2} \quad 0 \quad F_{a4} \quad F_{a5} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (39)$$

$$F_{ai} = [F_i, M_i]$$

式中: $F_i$ 、 $M_i$ 见式(38)。

## 4 含间隙铰链数值仿真

### 4.1 含间隙铰链模型验证

为了研究间隙的存在对含间隙铰链结构动力学特性和响应的影响,设计如图 7 所示的含间隙铰链“T”字型模型作为研究对象,黑色线条表示销轴,红色线条表示轴套。含间隙铰链模型的轴向为  $z$  向,长度为 1.0 m,在中点处有一个含间隙铰链。模型的顶点 No.7 节点 6 自由度固定约束,下部节点 No.8 施加外部激励。销轴的两端节点编号分别为 No.1 和 No.2,中点编号为 No.3,销轴中点和顶点 No.1 连接。轴套的两端节点编号分别为 No.4 和 No.5,中点编号为 No.6,轴套中点和下部节点 No.8 相连。销轴的长度为 0.04 m,轴套的长度为 0.038 m。初始时刻,销轴和轴套轴线重合。

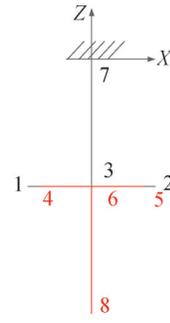


图 7 含间隙铰链分析模型

Fig.7 Analysis model with clearance joints

销轴半径为 0.047 m,轴套内半径为 0.05 m,轴套外半径为 0.055 m。梁 37 和 68 的材质为复合材料(弹性模量  $E=45$  GPa,泊松比为 0.34)。销轴和轴套的材质为不锈钢(弹性模量  $E=206$  GPa,泊松比为 0.3)。

在下部节点 No.8 施加轴向的脉冲激励

$$F(t) = \begin{cases} 2000, & 0 \leq t \leq 0.01 \text{ s} \\ 0, & 0.01 \text{ s} < t \leq 5.0 \text{ s} \end{cases}$$

总分析时长为 5.0 s,作瞬态动力学响应分析,各个节点的位移响应时程如图 8 所示,其中脉冲激励作用过程  $0 \leq t \leq 0.01$  s 时间段各个节点的位移响应时程被放大显示。

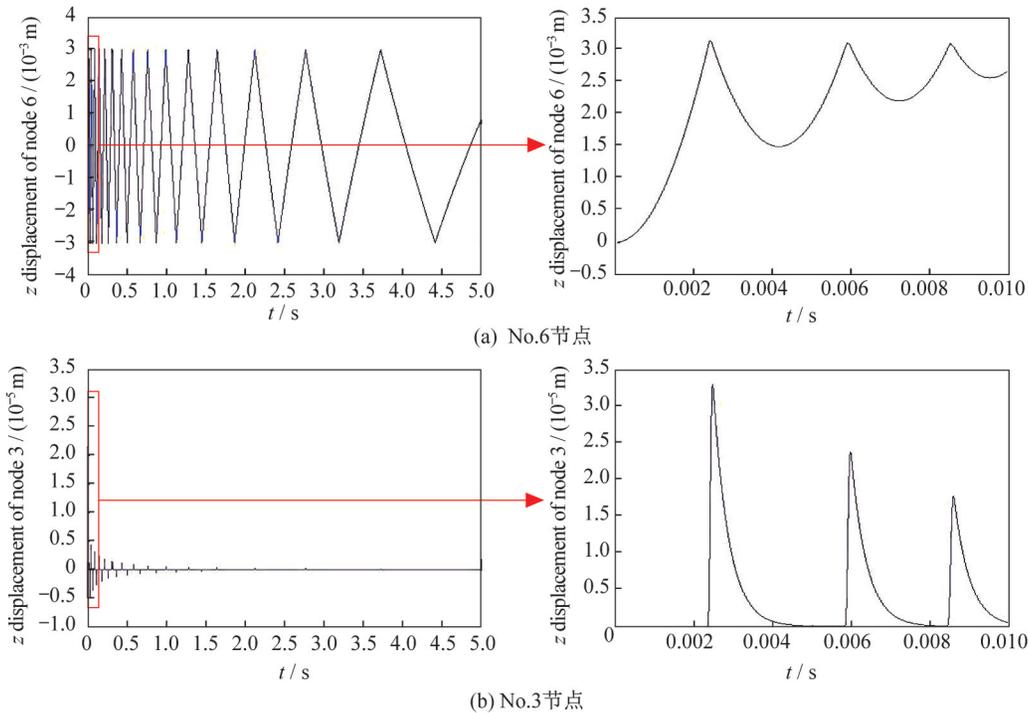


图 8 各节点 UZ 位移响应

Fig.8 UZ displacement response of each node

与 ANSYS 软件仿真结果进行对比,含间隙铰链模型仿真得到的自由端 No.8 节点对应于 ANSYS 软

件分析模型中的 No.5 节点,两者仿真结果中  $UZ$  位移响应如图 9 所示,可以看出响应曲线形状非常相近。

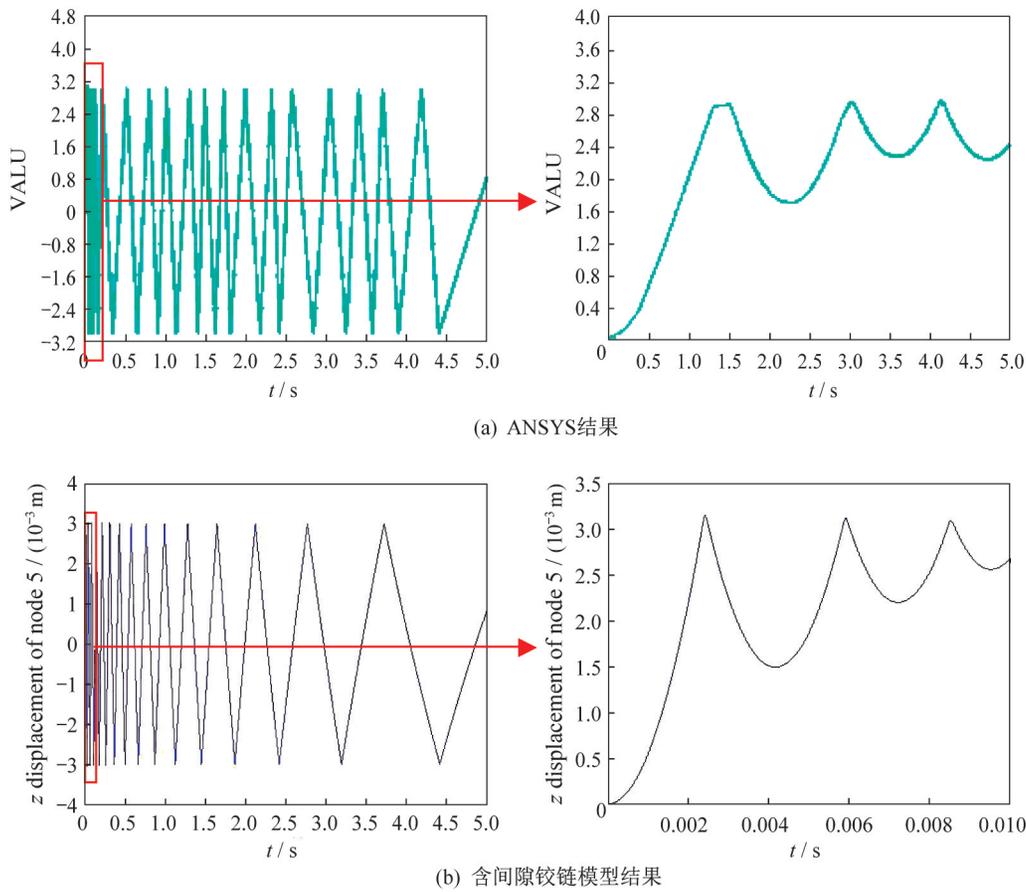


图 9 No.8 节点  $UZ$  位移响应

Fig.9  $UZ$  displacement responses of No.8 node

节点 No.3 和 No.6 的初始  $z$  向间距为 1 mm,径向间隙大小为 3 mm。铰链模型中节点 No.3 和 No.6 之间的  $UZ$  位移差响应时程如图 10 所示,可见

位移差在  $-2\sim 4$  mm 之内,从而验证了前述含间隙铰链模型采用施加附加非线性力来处理间隙的方法的正确性。

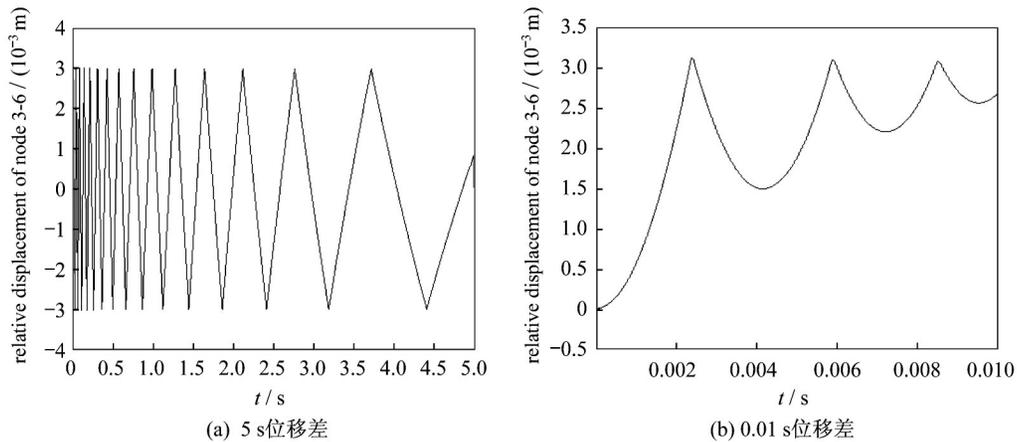


图 10 节点 No.3 和 No.6 的  $UZ$  位移差响应时程

Fig.10  $UZ$  displacement difference response of No.3 and No.6 nodes

在轴向振动过程中,1节点附近发生径向碰撞,各个时刻碰撞点的 $z$ 坐标随时间变化情况如图11所示。可见大部分时间没有发生径向碰撞,发生碰撞时径向碰撞点的 $z$ 坐标为 $-0.547$ 和 $-0.453$  m。其中,脉冲激励作用过程 $0 \leq t \leq 0.01$  s时间段碰撞点

的 $z$ 坐标随时间变化情况如图11(b)所示,发生碰撞时径向碰撞点的 $z$ 坐标为 $-0.547$  m。考虑到销轴轴线的初始 $z$ 坐标为 $0.5$  m,轴套的内半径为 $0.047$  m,从而验证了前述推导的接触碰撞分析和潜在碰撞点公式的正确性。

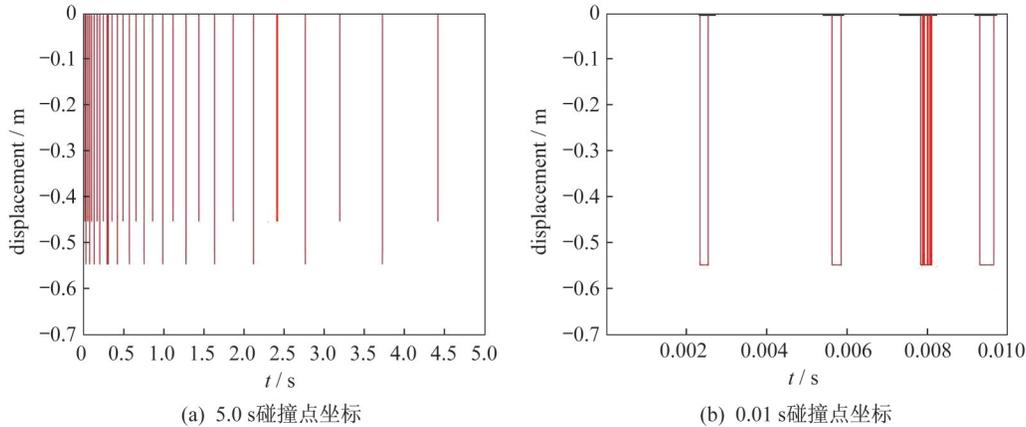


图 11 径向碰撞点 $Z$ 坐标变化情况

Fig.11 Changes of the  $Z$  coordinates of the radial collision points

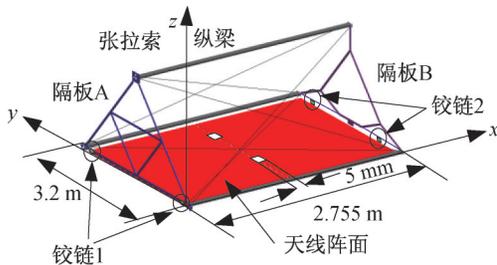


图 12 基本桁架单元

Fig.12 Basic truss unit

计算效率方面,由于本算例模型比较简单,自编程序和 ANSYS 软件的计算时间相当。对于复杂结构模型,自编程序的计算时间更长,后续需要改进自编程序的动力学时程积分算法及程序实现。

#### 4.2 有间隙桁架天线的非线性动力学仿真

超大尺寸桁架天线一共有 18 个如图 12 所示的基本桁架单元,建立含间隙铰链的超大尺寸桁架天线的单元模型,如图 13 所示。模型中一个隔板下有两根连梁,该连梁中有两个含间隙铰链,另一个隔板下也有两根连梁,该连梁中有一个含间隙铰链。模型左端隔板 3 个顶点固定约束。

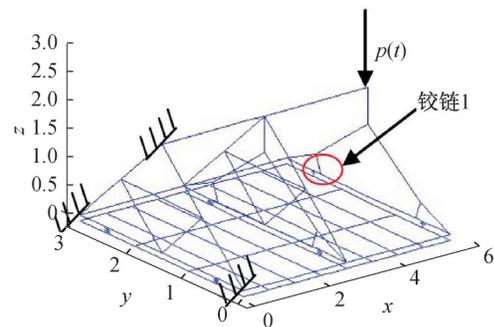


图 13 含间隙铰链的桁架天线模型

Fig.13 Truss antenna model with clearance joints

在桁架天线的自由端截面顶点施加脉冲激励

$$F(t) = \begin{cases} 1000, & 0 \leq t \leq 0.02 \text{ s} \\ 0, & 0.02 \text{ s} < t \leq 0.2 \text{ s} \end{cases}$$

作瞬态动力学响应分析,得到各个节点的动力学响应时程,包括位移、速度、加速度等。模型自由端截面连梁中,含间隙铰链 1 销轴中点 No.98 的位移时程曲线如图 14 所示。销轴中点 No.98 和轴套中点 No.101 之间的位移差时程曲线如图 15 所示。

桁架天线的自由端截面顶点 No.37 的振动位移时程曲线如图 16 所示。各关键节点的振动速度和加速度时程曲线同样也可以得到。

由分析结果可知:在外部载荷作用下,桁架开

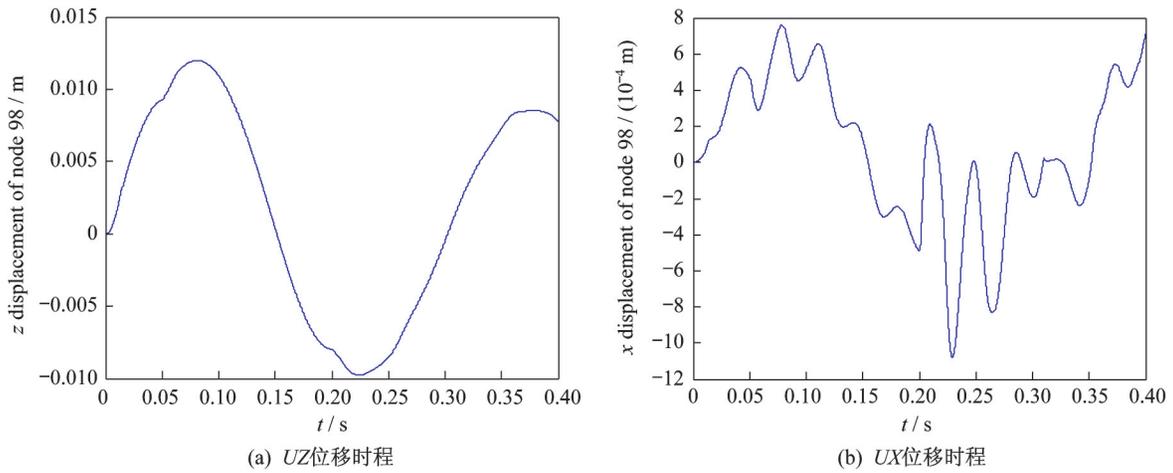


图 14 点 No.98 的位移时程曲线

Fig.14 Displacement curves of No.98 node

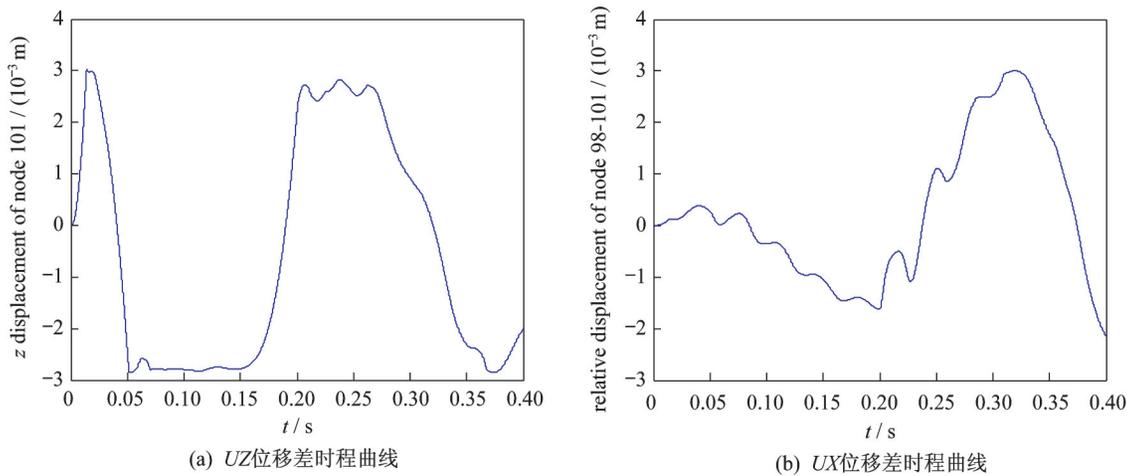


图 15 位移差时程曲线

Fig.15 Displacement difference curves

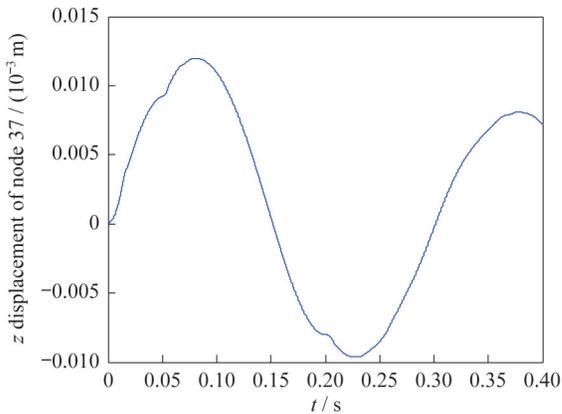


图 16 点 No.37 的位移时程曲线

Fig.16 Displacement curve of No.37 node

始振动。由于间隙的存在,面阵保持静止。0.013 9 s 左右时,含间隙铰链 1 中销轴和轴套的径向位移差

超过了预设的间隙大小,含间隙铰链销轴和轴套发生碰撞,铰链中产生非线性附加力,使得面阵开始振动。经过一段时间后,上、下部节点的位移差又小于间隙,含间隙铰链处于分离状态,此时非线性附加力为零,桁架和面阵分别独立振动。随着时间推移,含间隙铰链不断在接触和分离两个状态中变换。在此过程中,含间隙铰链销轴和轴套中点的位移差一直在间隙大小 $\pm 3$  mm 之内。

### 5 结束语

本文建立了含间隙铰链的非线性动力学模型,将含间隙铰链等效为“T”字型模型,研究了铰链中各部件的碰撞检测算法,发展了不同状态的接触力分析模型及非线性铰链力施加方法。分析了“T”字型等效梁模型在轴向冲击载荷下的动力学响应,得

到位移、速度、加速度时程曲线,并可得到碰撞状态和碰撞点、碰撞力等信息。与 ANSYS 软件中组合单元模型的分析结果进行比较,验证了本文提出的含间隙铰链非线性动力学模型的有效性。基于该模型,分析了含多个含间隙铰链的可展开桁架结构在冲击载荷下的动力学响应,结果表明:采用含间隙铰链的动力学模型可以得到位移、速度、加速度等动力学行为。

后续将针对不同的含间隙铰链,发展更合理的非线性接触力分析模型,并将本文提出的含间隙铰链非线性动力学模型应用于机构多体动力学分析中。含间隙铰链的试验研究困难较大,将发展含间隙铰链的试验测试技术,测试出不同类型载荷下铰链中的瞬态碰撞状态和碰撞力、摩擦力等,并和本文仿真结果进行对比。

#### 参考文献

- [ 1 ] XU Y, GUAN F L, CHEN J J, et al. Structural design and static analysis of a double-ring deployable truss for mesh antennas [J]. *Acta Astronautica*, 2012, 81(2):545-554.
- [ 2 ] 阎绍泽,申永胜,陈洪彬.考虑杆件柔性和铰间隙的可展结构动力学数值模拟[J].*清华大学学报(自然科学版)*,2003,43(2):145-148.
- [ 3 ] SCHWAB A L, MEIJAARD J P, MEIJERS P. A comparison of revolute joint clearance models in the dynamic analysis of rigid and elastic mechanical systems [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37: 895-913.
- [ 4 ] 丁旺才,谢建华.碰撞振动系统分岔与混沌的研究进展 [J].*力学进展*,2005,35(4):513-524.
- [ 5 ] WANG Y, CHEN X, GINDY N, et al. Elastic deformation of a fixture and turbine blades system based on finite element analysis [J]. *Int J Adv Manuf Technol*, 2008(4):79-96.
- [ 6 ] BOGRAD S, REUSS P, SCHMIDT A, et al. Modeling the dynamics of mechanical joints [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25: 2801-2826.
- [ 7 ] GILARDI G, SHARF I. Literature survey of contact dynamics modeling [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37:1213-1239.
- [ 8 ] MACHADO M, MOREIRA P, FLORES P, et al. Compliant contact force models in multibody dynamics: evolution of the Hertz contact theory [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 53:99-121.
- [ 9 ] BAI Z F, ZHAO Y. Dynamic behavior analysis of planar mechanical systems with clearance in revolute joints using a new hybrid contact force model [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2012, 54: 190-205.
- [ 10 ] BERGER E J. Friction modeling for dynamic system simulation [J]. *ASME Applied Mechanics Reviews*, 2002, 55(6):535-577.
- [ 11 ] SWEVERS J, AL-BLENDER F, CHRIS G. An integrated friction model structure with improved presiding behavior for accurate friction compensation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 45(4):678-686.
- [ 12 ] CANUDAS C W, OLSSON H, ASTROM K J, et al. A new model for control of systems with friction [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40 (3):419-425.
- [ 13 ] LIU C S, ZHANG K, YANG R. The FEM analysis and approximate model for cylindrical joints with clearances [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, 42:183-197.
- [ 14 ] AMBRÓSIO J A C. Impact of rigid and flexible multibody systems: deformation description and contact models [M]// *Virtual Nonlinear Multibody Systems*. Prague: Nato Advanced Study Institute, 2002:15-33.
- [ 15 ] 张静.铰链及含铰折展桁架非线性动力学建模与分析 [D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2014.
- [ 16 ] POPOV V L. Contact mechanics and friction [M]. Berlin: Springer, 2010.
- [ 15 ] BELLAIRE R L, KAMEN E W, ZABIN S M. New nonlinear iterated filter with applications to target tracking [C]// *SPIE's 1995 International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*. 1995:2561.
- [ 16 ] 叶飏,曾占魁,冯刚,等.基于低轨预警卫星测量数据的弹道重构与选星算法研究[J].*上海航天*,2014,31(1): 7-11.
- [ 17 ] 秦雷,李君龙,周获.基于双站红外跟踪临近空间目标研究[J].*现代防御技术*,2014,42(2):122-127.

(上接第 43 页)