

基于改进灰色模型的遥测变量预测方法

李楠, 陈重华, 陈国忠, 黄欣, 陆启省
(上海卫星工程研究所, 上海 200240)

摘要: 针对现有灰色模型预测方法进行遥测变量预测时存在的建模精度、外推能力依赖于生成序列光滑程度的问题, 提出一种能够显著提高模型预测精度的改进算法。该算法以光滑比概念为基础, 提出了一种改进序列光滑度的综合变换函数, 并且通过严格的理论证明和实测数据试验分别验证了采用该方法, 不但使得变换后的建模数据较采用传统幂函数平滑方法、线性函数平滑方法以及对数函数平滑方法具有更好的光滑程度, 而且通过引入可调参数使得算法具有更大灵活性和更广的适用范围。

关键词: 灰色模型; 光滑比; 数据整定; 遥测变量预测; 综合变换函数

中图分类号: TP 183

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.1006-1630.2020.06.013

An Improved Grey Model Based Forecasting Method for Telemetered Variables

LI Nan, CHEN Zhonghua, CHEN Guozhong, HUANG Xin, LU Qisheng
(Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China)

Abstract: Aiming at the problem that the modeling accuracy and extrapolation ability of the existing gray model prediction methods for telemetered variable prediction depend on the smoothness of the generated sequence, an improved algorithm is proposed to significantly improve the model prediction accuracy. A comprehensive transformation function is proposed in the algorithm to improve the smoothness of the sequence based on the concept of smoothness ratio. It is verified by strict theoretical proofs and real data experiments that the transformed modeling data produced by the proposed method has a better degree of smoothness compare with the traditional smoothing methods, such as exponential, linear, and logarithm function methods. And the algorithm has a more flexible and wider application scope by introducing adjustable parameters.

Key words: grey model; smooth degree; data smoothing; telemetric parameter prediction; transformation

0 引言

伴随着空间技术的发展, 对航天任务的需求也日益复杂化。相应地, 卫星在轨工作时间以及自身结构的复杂性也大幅增加, 这就使得如何保障其在轨运行期间的工况稳定度, 如何提高其在轨运行期间的自主维护能力, 成为当今航天领域的一大难题。在此背景下, 基于各种算法的遥测变量预报技术作为解决上述问题的有效手段一直以来备受业界关注。

在众多算法中, 灰色预测模型作为将系统论、信息论及控制论观点延伸到抽象系统而发展出的一套专门用于解决贫数据、信息不完备问题的新方

法, 在生产制造中, 尤其是航空航天领域应用广泛^[1-4]。但是, 在实际操作中发现, 此模型的预测效果有时理想, 有时偏差较大, 甚至完全失效^[5-7]。究其原因, 灰色预测模型从本质上可以认为是指数预测模型, 其预测精度与被预测对象递变规律以及数据序列的光滑程度有关。目前对此已提出的典型改进方法有: 数据预处理方法^[8]、初始条件改进方法^[9-12]、背景值改进方法^[13-14]等。这些方法虽然在一定程度提高了模型拟合精度, 但预测效果仍不够理想, 并且它们多是以灰色模型为基础附加了额外算法, 考虑到附加算法的复杂性, 往往使得预测过程计算量大大增加。

收稿日期: 2019-06-18; 修回日期: 2019-08-26

作者简介: 李楠 (1981—), 男, 博士研究生, 高级工程师, 主要研究方向为卫星总体与控制专业。

鉴于此,文章结合经典灰色理论及 GM(1,1) 建模方法分析,就遥测数据整定,提出一种改进的处理算法,使变换后遥测数据更加光滑,符合 GM(1,1) 建模要求,对于提高在轨航天器未来状态预测的准确度意义重大。

1 改进算法的提出

1.1 光滑比的概念

小样本、贫信息、不确定性系统的大量存在,决定了 GM(1,1) 模型具有十分广泛的应用领域。但是 GM(1,1) 模型也有一定的适用范围,超出该范围,应用 GM(1,1) 模型较难取得理想的预测结果。

注意到 GM(1,1) 模型本源上属于一阶微分方程,故而其更适用于描述初始数据序列发展趋势呈单调变化的情况。经多次试验、计算发现^[8]:无论原始数据序列呈现递增或递减态势、数据曲线形状呈凹或凸状,由 GM(1,1) 模型响应函数式与系统还原公式计算得到的最终结果皆呈凹形曲线。在此情况下,GM(1,1) 模型使用将受到一定限制。究其原因,GM(1,1) 模型的预测精度受到原始数据递变规律的密切影响,考虑到灰色模型的解具有指数函数形式,所以对于已经生成指数变化趋势的建模数据,关系 GM(1,1) 模型精度的真正原因是由于初始数据序列 $x^{(0)}$ 不满足光滑离散函数的条件。

处处可导是光滑连续函数的特性,而序列是由离散的单个点构成的,根本无导数可言(通常意义下),因此,不能用导数研究序列的光滑性。从另外的角度研究光滑连续函数的特性,若某序列具有与光滑连续函数大致相近的特征,便认为此序列是光滑的。

设非负初始数据序列

$$x^{(0)} = \{x^{(0)}(k) \geq 0 | k = 1, 2, \dots, n\}$$

z 为 $x^{(0)}$ 的均值生成序列,即

$$z = (z(1), z(2), \dots, z(n))$$

$$z(k) = 0.5x^{(0)}(k) + 0.5x^{(0)}(k+1)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

x^* 为某一可导函数的代表序列,将 $x^{(0)}$ 删去 $x^{(0)}(n+1)$ 后得到的序列记为 x' ,若 x' 满足:

- 1) 当 k 充分大时,有 $x^{(0)}(k) < \sum_{i=1}^{k-1} x^{(0)}(i)$;
- 2) $\max |x^*(k) - x^{(0)}(k)| \geq \max |x^*(k) - z(k)|, 1 \leq k \leq n$

则称 x' 为光滑序列。上述两条件称为序列光滑条件。

实际中,应用灰色系统理论建模时,并不要求初始数据序列严格满足光滑条件,对于在一定程度上满足光滑条件的数据,建立相应的 GM(1,1) 模型也能取得满足工程实际要求的精度。

为了定量描述数据序列的光滑性,引入光滑比的概念,即

$$\rho(k) = \frac{x^{(0)}(k)}{\sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)}, k = 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

光滑比从另一侧面反映了序列的光滑性,即用序列第 k 个数据 $x^{(0)}(k)$ 与其前 $k-1$ 个数据之和的比值 $\rho(k)$,来考察序列 $x^{(0)}$ 中数据变化是否平稳。显然,序列越平滑,其光滑比越小,若序列 $x^{(0)}$ 满足:

- 1) $\frac{\rho(k+1)}{\rho(k)} < 1, k = 2, 3, \dots, n-1$;
- 2) $\rho(k) \in [0, \epsilon], k = 3, 4, \dots, n$;
- 3) $\epsilon < 0.5$ 。

称该序列为准光滑序列。

1.2 综合变换函数构造

初始数据序列作累加处理后呈现明显的指数规律^[9],是灰色系统理论建模基础。然而,杂乱无章的数据序列经累加生成所建立的 GM(1,1) 模型,往往会产生较大偏差的预测结果。就此,国内外诸多学者对模型的应用条件展开了深入长期的研究:文献[15]提出建立 GM(1,1) 模型的条件是初始离散数据序列为光滑离散函数;文献[6-8]分别结合实例分析,进一步说明光滑离散函数性质对建模的重要性。可见,提高初始数据序列光滑度是十分必要的,本文以光滑比概念为基础,提出一种改进序列光滑度的综合变换函数。

首先借助 1.1 节中提出的序列光滑比的概念,给出描述光滑离散函数的主要条件如下^[15]:

$\forall \epsilon > 0, \exists k_0 > 0$, 当 $k > k_0$ 时,有

$$\frac{x^{(0)}(k)}{\sum_{i=1}^{k-1} x^{(0)}(i)} = \frac{x^{(0)}(k)}{x^{(1)}(k-1)} < \epsilon$$

一般情况下, $x^{(0)}(k)/x^{(1)}(k-1)$ 为递减序列,并且其递减程度反映了 $x^{(0)}$ 的离散光滑性,即递减程度越大,序列的光滑性越好,相应建立的 GM(1,1) 模型精度越高。

接下来,以命题形式提出如下序列光滑度改进算法:设 $\{x_i\}, i=1, 2, \dots, n$ 为严格单调递增非负序列,有

$$\frac{[\ln(\beta \cdot x_n + \gamma)]^a}{\sum_{i=1}^{n-1} [\ln(\beta \cdot x_i + \gamma)]^a} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i} \quad (2)$$

式中:参数 $0 < \alpha < 1; \gamma > 0; \beta \cdot x_i + \gamma \geq e(2.7183)$ 。

1.3 变换有效性证明

将上述算法拆分为4个命题进行证明,即

命题 1 设 $\{x_i\}, i=1, 2, \dots, n$ 为严格单调递增非负序列,则对于 $\forall \gamma > 0$,有如下结论成立:

$$\frac{\beta \cdot x_n + \gamma}{\sum_{i=1}^{n-1} (\beta \cdot x_i + \gamma)} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i} \quad (3)$$

证明 记 $f(x) = \beta \cdot x + \gamma, \gamma > 0$,由

$$\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \left(\beta + \frac{\gamma}{x}\right)' = -\frac{\gamma}{x^2} < 0$$

可知, $f(x)/x$ 为严格单调递减函数;考虑到 $\{x_i\}$ 为严格单调递增非负数据序列,则 $\forall 1 \leq i < n-1$,有 $x_i < x_n \Rightarrow \forall 1 \leq i < n-1$,有 $f(x_n)/x_n < f(x_i)/x_i$,移项可得 $x_i \cdot f(x_n) < x_n \cdot f(x_i)$,进一步将上述 $n-1$ 个不等式对应相加,有

$$f(x_n) \cdot \sum_{i=1}^{n-1} x_i < x_n \cdot \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)$$

即

$$\frac{\beta \cdot x_n + \gamma}{\sum_{i=1}^{n-1} (\beta \cdot x_i + \gamma)} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i}$$

命题 1 得证,且该命题说明线性变换可以提高序列光滑度。

命题 2 设 $\{x_i\}, i=1, 2, \dots, n$ 为严格单调递增非负序列,且 $x_1 \geq e(2.7183)$,则有如下结论成立:

$$\frac{\ln x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} \ln x_i} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i} \quad (4)$$

证明 记 $f(x) = \ln x$,对于 $x \geq e(2.7183)$,由

$$\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{1 - \ln x}{x^2} \leq 0$$

可知, $f(x)/x$ 为单调递减函数;考虑到 $\{x_i\}$ 为严格单调递增非负数据序列,则 $\forall 1 \leq r, s < n$ 且 $r < s$,有

$f(x_s)/x_s < f(x_r)/x_r$,即

$$\frac{\ln x_s}{x_s} < \frac{\ln x_r}{x_r} \Rightarrow x_s^{x_r} < x_r^{x_s}$$

$\forall 1 \leq i < n-1$,有

$$x_n^{x_1} < x_1^{x_n}, x_n^{x_2} < x_2^{x_n}, \dots, x_n^{x_{n-1}} < x_{n-1}^{x_n},$$

将此 $n-1$ 个不等式同向相乘,可得

$$x_n^{x_1} x_n^{x_2} \dots x_n^{x_{n-1}} < x_1^{x_n} x_2^{x_n} \dots x_{n-1}^{x_n}$$

即

$$x_n^{\sum_{i=1}^{n-1} x_i} < \left[\prod_{i=1}^{n-1} x_i \right]^{x_n}$$

取对数变换可得

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_i \cdot \ln x_n < x_n \cdot \ln \left(\prod_{i=1}^{n-1} x_i \right)$$

即

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_i \cdot \ln x_n < x_n \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \ln x_i$$

故有

$$\frac{\ln x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} \ln x_i} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i}$$

命题 2 得证,且该命题说明对数变换可以提高序列光滑度。

命题 3 设 $\{x_i\}, i=1, 2, \dots, n$ 为严格单调递增非负序列,则 $\forall 0 < \alpha < 1$,有如下结论成立:

$$\frac{x_n^\alpha}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i^\alpha} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i} \quad (5)$$

证明 记 $f(x) = x^\alpha, 0 < \alpha < 1$,由

$$\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = (x^{\alpha-1})' = (\alpha-1)x^{\alpha-2} < 0$$

可知, $f(x)/x$ 为严格单调递减函数;考虑到 $\{x_i\}$ 为严格单调递增非负数据序列,则 $\forall 1 \leq i < n-1$,有 $x_i < x_n \Rightarrow \forall 1 \leq i < n-1$,有 $f(x_n)/x_n < f(x_i)/x_i$,移项可得 $x_i \cdot f(x_n) < x_n \cdot f(x_i)$,进一步将上述 $n-1$ 个不等式对应相加,有

$$f(x_n) \cdot \sum_{i=1}^{n-1} x_i < x_n \cdot \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)$$

即

$$\frac{x_n^\alpha}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i^\alpha} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i}$$

命题 3 得证,且该命题说明幂指变换可以提高

序列光滑度。

命题 4 即文章提出的数据序列平滑算法, 见式(2)。

证明 考虑到 $\{x_i\}$ 为严格单调递增非负数据序列, 则 $\forall \beta, \gamma \geq 0$ 且 $\beta \cdot \gamma \neq 0$, 有 $\{\beta \cdot x_i + \gamma\}$ 仍为严格单调递增非负序列。

由命题 1 和命题 2 易知, 对于 $\beta \cdot x_i^a + \gamma \geq e(2.7183)$, 有

$$\frac{\ln(\beta \cdot x_n + \gamma)}{\sum_{i=1}^{n-1} \ln(\beta \cdot x_i + \gamma)} < \frac{\beta \cdot x_n + \gamma}{\sum_{i=1}^{n-1} (\beta \cdot x_i + \gamma)} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i} \quad (6)$$

且 $\{\ln(\beta \cdot x_i + \gamma)\}$ 也为严格单调递增非负序列。

再由命题 3 易知, $\forall 0 < a < 1$, 有

$$\frac{[\ln(\beta \cdot x_n + \gamma)]^a}{\sum_{i=1}^{n-1} [\ln(\beta \cdot x_i + \gamma)]^a} < \frac{\ln(\beta \cdot x_n + \gamma)}{\sum_{i=1}^{n-1} \ln(\beta \cdot x_i + \gamma)} \quad (7)$$

综合上述结论, 有

$$\frac{[\ln(\beta \cdot x_n + \gamma)]^a}{\sum_{i=1}^{n-1} [\ln(\beta \cdot x_i + \gamma)]^a} < \frac{x_n}{\sum_{i=1}^{n-1} x_i}$$

命题 4 得证。

显然, 通过上述证明可见: 线性变化得到的数据序列较原始序列光滑程度有所改善, 在此基础上继续施加对数变换将使更新序列的光滑程度进一步得到提升, 而最终复合的幂指数变换将得到较单纯线性变换、对数变换, 或线性变换与对数变换组合变换光滑程度更优的结果。此外, 文章提出的这种改进算法由于包含可调参数 (α, β, γ) , 增加了应用灵活性和适应性, 即通过参数调整, 实现人机对话, 使 GM(1,1) 模型的拟合及预测效果更加符合客观实际需要。

2 遥测数据仿真验证

为进一步验证文章改进方法的有效性, 以 FY 卫星 SADA(南)轴承温度信号(TK-25)6—9 月的 15 和 30 日平均值为例进行分析, 具体数据见表 1。

表 1 FY 卫星 SADA(南)轴承温度信号 6-9 月的 15 与 30 日均温度

Tab.1 Bearing's daily (15th and 30th) average temperature of the FY satellite SADA (south) from June to September

时间	6 月		7 月		8 月		9 月	
	15 日	30 日	15 日	30 日	15 日	30 日	15 日	30 日
日均温度/℃	-33.269 3	-33.067 7	-32.993 5	-32.673 7	-32.2833	-31.398 4	-27.483 8	-16.956 7

由于序列各项数值皆小于零, 故先对其进行如下变换:

$$x_i = x_i + \text{int}[\max_i(\text{abs}\{x_i\})], i = 1, 2, \dots, 8 \quad (8)$$

式中: int 为向上取整函数(靠近 $\text{abs}(x_i)$ 且取值较大的数值)。

变换后, 得到的新序列为

$$x^{(0)}(k) = \{0.7308, 0.9323, 1.0065, 1.3263, 1.7167, 2.6016, 6.5162, 17.0433\}$$

显然, 该序列非负且单调递增。对其进行 1-AGO, 得到

$$x^{(1)}(k) = \{0.7308, 1.6631, 2.6696, 3.9959, 5.7126, 8.3141, 14.8304, 31.8737\}$$

对序列光滑性进行验证, 即:

$$\frac{x^{(0)}(2)}{x^{(1)}(1)} = \frac{0.9323}{0.7308} = 1.2757$$

$$\frac{x^{(0)}(3)}{x^{(1)}(2)} = \frac{1.0065}{1.6631} = 0.6052$$

$$\frac{x^{(0)}(4)}{x^{(1)}(3)} = \frac{1.3263}{2.6696} = 0.4968$$

$$\frac{x^{(0)}(5)}{x^{(1)}(4)} = \frac{1.7167}{3.9959} = 0.4296$$

$$\frac{x^{(0)}(6)}{x^{(1)}(5)} = \frac{2.6016}{5.7126} = 0.4554$$

$$\frac{x^{(0)}(7)}{x^{(1)}(6)} = \frac{6.5162}{8.3141} = 0.7838$$

根据上述计算结果, $x^{(0)}(k)/x^{(1)}(k-1)$ 并非递减序列, 故而 $x^{(0)}(k)$ 不满足光滑离散函数条件。据此可以预见, 直接由该数据建立 GM(1,1) 模型误差较大, 具体预测及拟合结果见表 2。

应用文章改进算法,首先对序列 $\{x^{(0)}\}$ 依照式(2)进行变换,变换参数依次取为 $\alpha=0.9$, $\beta=11$, $\gamma=0$,则计算得到新序列

$$y^{(0)}(k) = \{1.9366, 2.1392, 2.2025, 2.4286, 2.6381, 2.9717, 3.6948, 4.4353\}$$

同样,为了验证序列 $\{y^{(0)}\}$ 的光滑性,计算

$$y^{(0)}(k) / \sum_{i=1}^{k-1} y^{(0)}(i), k=2, \dots, 8, \text{依次可得}$$

$$\frac{y^{(0)}(2)}{y^{(1)}(1)} = \frac{2.1392}{1.9366} = 1.1046$$

$$\frac{y^{(0)}(3)}{y^{(1)}(2)} = \frac{2.2025}{4.0758} = 0.5404$$

$$\frac{y^{(0)}(4)}{y^{(1)}(3)} = \frac{2.4286}{6.2783} = 0.3868$$

$$\frac{y^{(0)}(5)}{y^{(1)}(4)} = \frac{2.6381}{8.7069} = 0.3030$$

$$\frac{y^{(0)}(6)}{y^{(1)}(5)} = \frac{2.9717}{11.3450} = 0.2619$$

$$\frac{y^{(0)}(7)}{y^{(1)}(6)} = \frac{3.6948}{14.3167} = 0.2581$$

$$\frac{y^{(0)}(8)}{y^{(1)}(7)} = \frac{4.4353}{18.0115} = 0.2462$$

显然,算得序列单调递减,故变换后 $\{y^{(0)}\}$ 为离散光滑的,满足 GM(1,1) 模型建模条件。

按照一般步骤建立 $\{y^{(0)}\}$ 的 GM(1,1) 模型,有

$$\hat{y}^{(1)}(k) = 12.8956 \cdot e^{0.1353(k-1)} - 10.9590$$

对 $\hat{y}^{(1)}(k)$ 作 1-IAGO 得到 $y^{(0)}(k)$ 的拟合值 $\hat{y}^{(0)}(k)$ 为

$$\begin{cases} \hat{y}^{(0)}(1) = y^{(1)}(1) = y^{(0)}(1) \\ \hat{y}^{(0)}(k) = y^{(1)}(k) - \hat{y}^{(1)}(k-1) = \\ 1.6081 \cdot e^{0.1353(k-1)} \\ k=2, 3, \dots, 8 \end{cases}$$

再对 $\hat{y}^{(0)}(k)$ 作还原变换,得到 $x^{(0)}(k)$ 的拟合值 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \frac{\exp\left\{\left[\hat{y}^{(0)}(k)\right]^{\frac{1}{0.9}}\right\}}{11}$$

最后对 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 作反变换,得到 $x(k)$ 的拟合值 $\hat{x}(k)$

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^{(0)}(k) - \text{int} \left[\max_k (\text{abs}\{x(k)\}) \right]$$

$$k=1, 2, \dots, 8$$

由轨航天器状态预测统计结果(见表2)易见:

采用文献[15]所述传统方法建立的 GM(1,1) 预测模型误差巨大,其中采样数据的拟合相对误差最大达到 664.085 6%,平均相对误差也高达 125.022 9%;采样数据外的两步预测结果更是面目全非,平均相对误差更是升至惊人的 2 278.805 2%,由此得出该预测模型无效。结合灰色系统理论不难发现,采样数据不符合 GM(1,1) 建模要求,即 $\{x^{(0)}\}$ 不满足光滑离散函数条件是造成这种状况的根本原因。对此,文章改进算法通过对初始数据序列依式(2)进行变换,改善其光滑度,提高建模精度,其中拟合平均相对误差以及两步预测平均相对误差较先前方法分别降至 3.998 8% 和 24.605 4%,预测模型有效。

表 2 FY 卫星 SADA(南)轴承温度信号灰色模型拟合及预测结果

Tab.2 Fitting and prediction results of the bearing's temperature data of FY satellite SADA (south) by using different GM algorithms

序号	实际值	文献[15]方法		文章改进算法	
		拟合值	相对误差/%	拟合值	相对误差/%
1	-33.269 3	-33.269 3	0	-33.269 3	0
2	-33.067 7	-35.073 2	6.064 8	-33.327 0	0.784 1
3	-32.993 5	-36.267 8	9.924 1	-33.068 8	0.228 2
4	-32.673 7	-38.792 3	18.726 4	-32.642 1	0.096 7
5	-32.283 3	-44.127 0	36.686 8	-31.894 8	1.203 4
6	-31.398 4	-55.400 3	76.443 1	-30.495 7	2.875 0
7	-27.483 8	-79.222 7	188.252 4	-27.664 2	0.656 4
8	-16.956 7	-129.563 7	664.085 6	-21.390 3	26.146 6
拟合平均相对误差/%			125.022 9	—	3.998 8
9	-6.839 5	-235.943 5	3 349.718 6	-8.322 9	21.689 2
10	41.587 4	-460.743 4	1 207.891 8	30.141 9	27.521 6
预测平均相对误差/%			2 278.805 2	—	24.605 4

3 结束语

针对现有灰色系统预测方法所存在的建模精度、外推能力依赖于生成序列光滑程度的问题,提出一种能够显著提高模型预测精度的改进算法。本文分别通过严格的理论证明和仿真分析发现,该方法通过构造复合函数,不但使得变换后的建模数据较采用传统幂函数平滑方法、线性函数平滑方法以及对数函数平滑方法具有更好的光滑程度,而且通过引入可调参数使得算法具有更大灵活性和更广的适用范围。

参考文献

- [1] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [2] 牛树华, 于焯, 黄默, 等. 基于误差修正的 GM(1,1) 导航卫星钟差预报算法模型[J]. 舰船电子对抗, 2019, 42(4): 81-86.
- [3] 俞庆丰, 戴强. 基于灰色预测模型的卫星测控系统维护需求分析[J]. 温州职业技术学院学报, 2017, 17(2): 56-58.
- [4] 于焯, 张慧军, 李孝辉. 含误差预报校正的 GM(1,1) 卫星钟差预报新方法[J]. 测绘科学, 2019, 44(4): 8-14.
- [5] 李梦婉, 沙秀艳. 基于 GM(1,1) 灰色预测模型的改进与应用[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(4): 24-30.
- [6] 宋中民, 同小军, 肖新平. 中心逼近式灰色 GM(1,1) 模型[J]. 系统工程理论与实践, 2001(5): 110-113.
- [7] LI C F, DAI W Z. GM(1,1) model and its application based on transformation function [C]// Proceeding of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. 2006: 4682-4685.
- [8] 刘斌, 刘思峰, 翟振杰, 等. GM(1,1) 时间响应函数的最优化[J]. 中国管理科学, 2003(4): 54-57.
- [9] 张大海, 江世芳, 史开泉. 灰色预测公式的理论缺陷及改进[J]. 系统工程理论与实践, 2002(8): 140-142.
- [10] DOU Y Y. New algorithms of initial development coefficients and optimization of grey model [C]// Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Service. 2007: 602-606.
- [11] 张辉, 胡适耕. GM(1,1) 模型的精确解法[J]. 系统工程理论方法应用, 2001(1): 72-74.
- [12] 王钟美, 吴春笃. GM(1,1) 改进模型及其应用[J]. 数学的实践与认识, 2003(1): 20-25.
- [13] 罗党, 刘思峰, 党耀国. 灰色模型 GM(1,1) 优化[J]. 中国工程科学, 2003(5): 50-53.
- [14] FRANK P. M. Analytical and qualitative model based fault diagnosis: a survey and some new results [J]. European Journal of Control, 1996, 5(2): 6-28.
- [15] 刘思峰, 邓聚龙. GM(1,1) 模型的适用范围[J]. 系统工程理论与实践, 2000(5): 121-124.
- (上接第 76 页)
- [14] KRESS-GAZIT H, FAINEKOS G E, PAPPAS G J. Temporal-logic-based reactive mission and motion planning [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(6): 1370-1381.
- [15] YANG Y, ZHAO J, YIN X, et al. Formal synthesis of warehouse robotic systems with temporal logic specifications [C]// 2019 IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS) and IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM). Washington D. C., USA: IEEE Press, 2019: 469-474.
- [16] WANG C, LI Y, SMITH S L, et al. Continuous motion planning with temporal logic specifications using deep neural networks [EB/OL]. (2020-04-02) [2020-07-02]. <https://arxiv.org/pdf/2004.02610.pdf>.
- [17] LI J, LI C, WANG F. Automatic scheduling for earth observation satellite with temporal specifications [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2020, 56(4): 3162-3169.
- [18] KIM K, FAINEKOS G E. Approximate solutions for the minimal revision problem of specification automata [C]// 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2012: 265-271.
- [19] RAMAN V, KRESS-GAZIT H. Analyzing unsynthesizable specifications for high-level robot behavior using LTLMoP [C]// International Conference on Computer Aided Verification. Berlin, German: Springer, 2011: 663-668.
- [20] BAIER C, KATOEN J P. Principles of model checking [M]. Cambridge, US: MIT Press, 2008.
- [21] BELTA C, ISLER V, PAPPAS G J. Discrete abstractions for robot motion planning and control in polygonal environments [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(5): 864-874.
- [22] ABBASI F, MESBAHI A, VELNI J M. A new voronoi-based blanket coverage control method for moving sensor networks [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2017, 27(1): 409-417.
- [23] LAVALLE S M. Planning algorithms [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2006.