

索网结构非线性有限元分析中初始张力状态的快速构造方法

王 威^{1,2}, 吴 松^{2,3}, 郭其威^{2,3}, 唐国安^{1,2}

(1. 复旦大学 航空航天系, 上海 200433; 2. 上海空间飞行器机构重点实验室, 上海 201108;
3. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201108)

摘 要: 预应力索网结构是以柔性拉索为主要承重构件或辅助承重构件的一种结构体系, 用于可展开天线等空间结构。为在有限元数值分析时准确、高效地施加张拉预应力, 综合考虑索网的几何非线性、刚度矩阵奇异性、索网与支撑结构存在耦合变形等问题, 利用索网式可展开天线的特性, 在非线性有限元计算时忽略初位移刚度矩阵, 将问题线性化, 并详细介绍了以降温法模拟预应力时降温值的计算过程。此方法无需迭代, 且得到的降温值在用于索网非线性计算时具有足够的精度; 此方法能充分利用通用有限元计算程序, 可进一步开展模态和响应等力学计算, 便于在工程中实际应用。

关键词: 预应力索网; 可展开天线; 几何非线性; 降温法; 数值仿真

中图分类号: V 443.4

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2021.05.013

Fast Construction Method for Initial Tension State in Nonlinear Finite Element Analysis of Cable Net Structure

WANG Wei^{1,2}, WU Song^{2,3}, GUO Qiwei^{2,3}, TANG Guoan^{1,2}

(1. Department of Aeronautics and Astronautics, Fudan University, Shanghai 200433, China;
2. Shanghai Key Laboratory of Spacecraft Mechanism, Shanghai 201108, China;
3. Aerospace System Engineering Shanghai, Shanghai 201108, China)

Abstract: Prestressed cable net structure is a kind of structural system with flexible cable as the main load-bearing component or auxiliary load-bearing component. It can be used in space structures such as deployable antenna. In order to apply tension prestress accurately and efficiently in the finite element numerical analysis, problems such as the geometric nonlinearity of cable net, the singularity of stiffness matrix, the coupling deformation between cable net and supporting structure should be comprehensively considered. With the characteristics of cable net deployable antenna, the initial displacement stiffness matrix is ignored in the nonlinear finite element calculation, by which the considered problems are linearized. The calculation process of using the temperature drop method to obtain the temperature drop value under prestress is introduced in detail. The temperature drop method does not need iteration, and the drop value obtained is accurate enough for the nonlinear calculation of cable network. It can make full use of the general finite element calculation program to further carry out the mechanical calculation of modal and response, and is convenient for practical application in engineering.

Key words: prestressed cable net; deployable antenna; geometric nonlinearity; temperature drop method; numerical simulation

0 引言

索网结构是张力结构体系的一个重要组成部

分, 其具有重量轻、强度高、收缩比大、成形多样等显著优点^[1-2], 可被应用于太空可展开天线领域。预

收稿日期: 2020-03-17; 修回日期: 2020-05-07

作者简介: 王 威(1995—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为柔性结构动力学与控制。

通信作者: 唐国安(1962—), 男, 硕士, 教授, 主要研究方向为结构动力学、空间飞行器结构与机构。

张力是索网结构成型的必要条件和提高其曲面稳定性的重要参数^[3-4]。

在结构负荷工作阶段,无论其静力行为还是动力行为均体现出较高的非线性特性^[5-6],然而由于航天发展所需天线趋于大型化,结构全尺寸地面试验难以开展^[7],所以在设计阶段,有限元数值分析显示出了巨大优势。

有限元分析时,预张力的施加方法有等效载荷法、降温法、初始应变法等^[8-17]。而对于复杂的索网结构,等效载荷法并不适用,初应变法与降温法本质相同,都是通过改变索网的单元原长度来施加预张力。根据是否进行迭代,确定初应变(或降温量)的方法可分为迭代修正法和直接法。迭代修正法先取一个初应变(或降温量)计算索单元的预张力,根据结果与设计值的差异修正初应变(或降温量),然后再重新计算,直至迭代收敛^[9-10,13]。在现阶段,这是一种常用的计算方法,但需要迭代计算,会导致效率降低。直接法不需要迭代,效率高。张航^[11]和 YANG 等^[18]提出了考虑支座位移的计算方法,将总降温值分为拉索两端固定时达到设计预张力所需的降温值,支撑结构位移带来的拉索变形所对应的降温值两部分叠加。此种方法没有考虑两部分降温值之间的耦合效应,应用于复杂的非线性结构时精度并不高。因此,需要一种能在利用有限元数值方法分析时,满足高精度和高效率的初应变(或降温量)的计算方法。

针对上述问题,本文综合考虑索网的几何非线性、刚度矩阵奇异性、框架的变形、预张力施加精度和计算效率等因素,提出了一种新的确定索网初应变(或降温量)的方法。该方法以无预应力索网结构的有限元模型为基础,迭加上带预紧力柔索的初应力刚度矩阵,使得能够借助通用程序 MSC/NASTRAN 直接计算出降温量,用于模拟索网的预张力。此方法综合了迭代修正法和直接法的优势,计算过程简便,可操作性强,能保证计算精度,有效提高了效率。对应用于卫星可展开天线在内的复杂、多层、具有弹性约束的索网结构,没有构型限制,且可进一步开展非线性固有频率和响应的计算。

1 索单元预紧力降温模拟的线性化计算方法

1.1 几何非线性问题的单元切线刚度矩阵

由虚功原理可知,在平衡力系作用下的单元内,应力 $\sigma^{(e)}$ 在虚应变 $\delta\epsilon^{(e)}$ 上作的功等于等效节点力 $F^{(e)}$ 在虚位移 $\delta q^{(e)}$ 上作的功,即

$$\int_{\Omega^{(e)}} \delta\epsilon^{(e)T} \sigma^{(e)} d\Omega - \delta q^{(e)T} F^{(e)} = 0 \quad (1)$$

根据连续介质力学的几何方程,虚应变又可以用虚位移表示:

$$\delta\epsilon^{(e)T} = (B_L + B_N) \delta q^{(e)} \quad (2)$$

式中: B_L 为与变形无关的线性应变矩阵; B_N 为与位移 $q^{(e)}$ 有关的非线性应变矩阵。

将式(2)代入式(1)中,根据虚位移 $\delta q^{(e)}$ 的任意性,可以得到单元的平衡方程:

$$\Psi^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} (B_L + B_N)^T \sigma^{(e)} d\Omega - F^{(e)} = 0 \quad (3)$$

式中: Ω 为体积域。

在材料屈服极限内,应力-应变关系依旧可以用胡克定律表示:

$$\sigma^{(e)} = D\epsilon^{(e)} + \sigma_0^{(e)} \quad (4)$$

式中: D 为材料的弹性矩阵; $\sigma_0^{(e)}$ 为单元的初应力向量; $\epsilon^{(e)}$ 为单元的应变向量。

将式(4)代入式(3)中,可得

$$\Psi^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} (B_L + B_N)^T (D\epsilon^{(e)} + \sigma_0^{(e)}) d\Omega - F^{(e)} = 0 \quad (5)$$

因为矩阵 B_N 和向量 $\epsilon^{(e)}$ 均与 $q^{(e)}$ 有关,所以 $\Psi^{(e)}$ 是 $q^{(e)}$ 的非线性函数,式(5)是关于与 $q^{(e)}$ 的非线性方程组。非线性方程组一般采用迭代法求解,例如,具有二次收敛速度的牛顿-拉夫逊(Newton-Raphson, N-R)算法。N-R 算法需要提供函数 $\Psi^{(e)}$ 关于自变量 $q^{(e)}$ 的梯度

$$\nabla \Psi^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} [(B_L + B_N)^T D (B_L + B_N) + (\nabla B_N^T)(D\epsilon^{(e)} + \sigma_0^{(e)})] d\Omega \quad (6)$$

推导过程利用了关系 $\nabla \epsilon = B_L + B_N$, 这里符号 ∇ 为梯度算子。若记

$$K_L^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} B_L^T D B_L d\Omega$$

$$K_N^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} (B_L^T D B_N + B_N^T D B_L + B_N^T D B_N) d\Omega$$

$$K_{\sigma}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} (\nabla B_N^T) (D\epsilon^{(e)} + \sigma_0^{(e)}) d\Omega = \int_{\Omega^{(e)}} (\nabla B_N^T) \sigma^{(e)} d\Omega \quad (7)$$

那么,用符号 $K_T^{(e)}$ 表示式(6)中的梯度函数 $\nabla \Psi^{(e)}$,可写成

$$K_T^{(e)} = \nabla \Psi^{(e)} = K_L^{(e)} + K_N^{(e)} + K_{\sigma}^{(e)} \quad (8)$$

在有限元分析中,通常将 $K_T^{(e)}$ 叫做切线刚度矩阵,而 $K_L^{(e)}$ 、 $K_N^{(e)}$ 和 $K_{\sigma}^{(e)}$ 分别为线性刚度矩阵、初位移刚度矩阵和初应力刚度矩阵。

1.2 预张力索单元的初应力刚度矩阵

长度为 $l^{(e)}$ 的索单元由坐标为 $(x_1^{(e)}, y_1^{(e)}, z_1^{(e)})$ 和 $(x_2^{(e)}, y_2^{(e)}, z_2^{(e)})$ 的两个节点组成。变形后的节点位移分别是 $(u_1^{(e)}, v_1^{(e)}, w_1^{(e)})$ 和 $(u_2^{(e)}, v_2^{(e)}, w_2^{(e)})$ 。那么轴向的 Green 应变定义为

$$\epsilon_L^{(e)} = [(x_2^{(e)} + u_2^{(e)} - x_1^{(e)} - u_1^{(e)})^2 + (y_2^{(e)} + v_2^{(e)} - y_1^{(e)} - v_1^{(e)})^2 + (z_2^{(e)} + w_2^{(e)} - z_1^{(e)} - w_1^{(e)})^2] / 2l^{(e)2} - \frac{1}{2} \quad (9)$$

关于位移分量求变分后得到

$$\delta \epsilon_L^{(e)} = [(x_2^{(e)} - x_1^{(e)})\delta(u_2^{(e)} - u_1^{(e)}) + (y_2^{(e)} - y_1^{(e)})\delta(v_2^{(e)} - v_1^{(e)}) + (z_2^{(e)} - z_1^{(e)})\delta(w_2^{(e)} - w_1^{(e)})] / l_e^2 + [(u_2^{(e)} - u_1^{(e)})\delta(u_2^{(e)} - u_1^{(e)}) + (v_2^{(e)} - v_1^{(e)})\delta(v_2^{(e)} - v_1^{(e)}) + (w_2^{(e)} - w_1^{(e)})\delta(w_2^{(e)} - w_1^{(e)})] / l_e^2 \quad (10)$$

对比式(10)与式(2)可知,索单元的线性和非线性应变矩阵为

$$B_L = \frac{1}{l^{(e)2}} \begin{bmatrix} x_1^{(e)} - x_2^{(e)} \\ y_1^{(e)} - y_2^{(e)} \\ z_1^{(e)} - z_2^{(e)} \\ x_2^{(e)} - x_1^{(e)} \\ y_2^{(e)} - y_1^{(e)} \\ z_2^{(e)} - z_1^{(e)} \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

$$B_N = \frac{1}{l^{(e)2}} \begin{bmatrix} u_1^{(e)} - u_2^{(e)} \\ v_1^{(e)} - v_2^{(e)} \\ w_1^{(e)} - w_2^{(e)} \\ u_2^{(e)} - u_1^{(e)} \\ v_2^{(e)} - v_1^{(e)} \\ w_2^{(e)} - w_1^{(e)} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

再对式(12)的 B_N 求变分,还能得到

$$\delta B_N = [\delta u_1 \quad \delta v_1 \quad \delta w_1 \quad \delta u_2 \quad \delta v_2 \quad \delta w_2] \nabla B_N \quad (13)$$

式中:

$$\nabla B_N = \frac{1}{l^{(e)2}} \begin{bmatrix} I_3 & -I_3 \\ -I_3 & I_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: I_3 为 3×3 的单位阵。

若给定索单元的预张力 N_e ,根据式(7)、式(8)以及式(11)、式(12)和式(14)便可计算出预张力索单元的初应力刚度矩阵

$$K_{\sigma}^{(e)} = \frac{N^{(e)}}{l^{(e)}} \begin{bmatrix} I_3 & -I_3 \\ -I_3 & I_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

1.3 降温值计算

对于由柔索和弹性构件组成的索网结构,用“节点-单元-材料-属性”等常规的数据定义初始有限元模型。从模型数据中筛选出柔索单元,根据柔索张力的设计要求,按照式(15)逐个计算单元的初应力刚度矩阵 $K_{\sigma}^{(e)}$,再用常规的有限元装配过程组装成整个索网的初应力刚度矩阵 K_{σ} 。

将初应力刚度矩阵 K_{σ} 迭加到索网结构有限元模型的线性刚度矩阵上,近似地等效出索网结构带有张紧力时的切线刚度矩阵。这样处理后索网结构的刚度矩阵不再具有奇异性,而且是与变形或位移无关的常矩阵,可用线性方法进行计算。采用通用的有限元程序计算时,可以用降温产生的收缩力等效柔索的预紧力。假设柔索单元的序号是 $1 \sim n_c$,依次在柔索单元 j 上施加单位负温度,计算出每一个柔索单元的张力,记为 $c_{ij} (i=1, 2, \dots, n_c)$ 。当编号 j 从 1 到 n_c 遍历全部柔索单元后,就得到了以 c_{ij} 为元素、温度对张力的影响矩阵 C ,这时 C 是一个 $n_c \times n_c$ 非奇异阶矩阵。如果柔索单元张力的设计值是 $N^{(i)} (i=1, 2, \dots, n_c)$,那么各个柔索单元上需要施加的负温度 $T^{(i)} (i=1, 2, \dots, n_c)$ 应满足关系

$$CT = N \quad (16)$$

式中: N 、 T 分别为由 $N^{(i)}$ 和 $T^{(i)}$ 排成的列向量。

上述方法在计算柔索单元的张力 c_{ij} 时,虽然略去了大变形刚度矩阵,但保留了切线刚度矩阵中占主导的初应力刚度矩阵和线性刚度矩阵,因此具有较高的计算精度。且在张力已知的情况下,初应力刚度矩阵是常矩阵,计算 C 矩阵的每一列可作为相同模型、不同工况问题求解,不需要重新生成和分解切线刚度矩阵,所以方法又具有较高的效率。

2 实施过程和简例验证

2.1 验证模型的定义

用于说明算法的索网与结构组合体有限元模型的示意图如图 1 所示。图中,带有#的数字为节点序号,小括号内的数字为单元序号。单元(1)~单元(5)是组成索网的五根柔索,材料为尼龙绳(弹性模量取 1.5 GPA),其中,长度 $l_1 = 0.2$ m 的

横索网(1)~横索网(4)和长度 $l_2 = 0.1$ m 的竖索网(5)分别用截面抗拉刚度 $EA_1 = 3000$ N 和 $EA_2 = 150$ N 的杆单元建模,支撑构件(6)和支撑构件(7)用刚度系数为 $k = 10^5$ N/m 的接地弹簧建模。设计要求横索网和竖索网的张力分别是 $N_1 = 100$ N, $N_2 = 1$ N。考虑在平面内的变形,该索网结构组的自由度为 6,对应的位移分量 $u_2, u_3, u_5, u_6, v_2, v_5$ 已标注图 1 中。

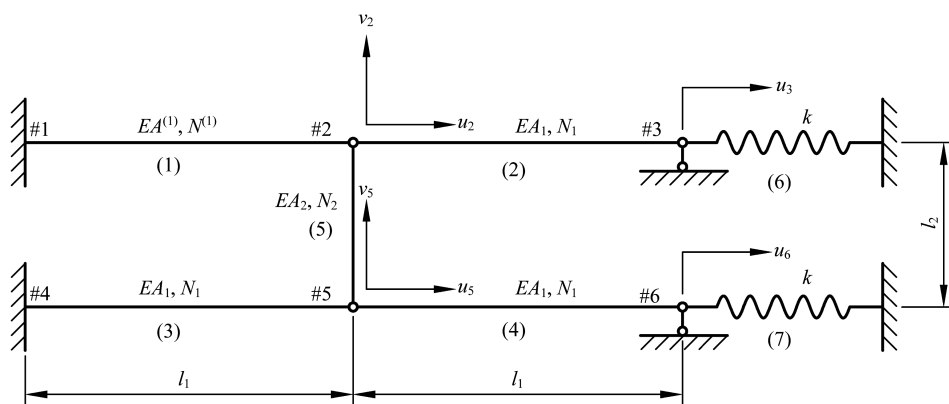


图 1 简单模型的结构示意

Fig.1 Structural sketch of simple model

算例用有限元分析程序 NASTRAN 计算,模型的定义见表 1。定义模型的数据包括节点坐标、单元组合信息、材料常数、单元属性和约束条件。为了便于分析,将柔索材料的热膨胀系数设置为 $\alpha = 1$ 。采用这样的设置,施加在柔索单元上温度载荷 $T^{(e)}$ 就是单元单位长度的伸长量 $\epsilon_T^{(e)}$ 。由图 1 可见,模型中节点 2 和节点 3 在纵向没有刚度,索网与结构组合体的整体刚度矩阵是奇异的。为克服奇异性,在表 1 中补充了第 20 行 Include 'KSIGMA.pch',其内容是要添加的初应力刚度矩阵 K_σ 。

2.2 初应力刚度矩阵的生成

根据表 1 中单元(1)~单元(5)的组合信息和相应的节点坐标,用算法语言自行编制程序,算得这 5 个单元构成的索网初应力刚度矩阵为

$$K_\sigma = \begin{bmatrix} 1010 & 0 & -500 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 1010 & 0 & 0 & -10 & 0 \\ -500 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & 0 & 0 & 1010 & 0 & -500 \\ 0 & -10 & 0 & 0 & 1010 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -500 & 0 & 500 \end{bmatrix} \quad (17)$$

表 1 索网结构算例的有限元模型定义

Tab.1 Definitions of the finite element model for cable net structure

节点坐标	定义	节点坐标	定义
001	PROD,1,1,2,-6	011	MAT1,1,1.5+9,1.0,1.0
002	CROD,1,1,1,2	012	GRID,1,0,0.1,0
003	CROD,2,1,2,3	013	GRID,2,0.2,0.1,0
004	CROD,3,1,4,5	014	GRID,3,0.4,0.1,0
005	CROD,4,1,5,6	015	GRID,4,0,0,0
006	PROD,2,1,1,-7	016	GRID,5,0.2,0,0
007	CROD,5,2,2,5	017	GRID,6,0.4,0,0
008	PELAS,3,1.0E+5	018	SPC1,10,12,1,4
009	CELAS1,6,3,3,1	019	SPC1,10,2,3,6
010	CELAS1,7,3,6,1	020	Include 'KSIGMA.pch'

式中: K_σ 的单位为 N/m。

该矩阵是对称的,其 6 行(或者 6 列)对应的位移分量在模型中分别是 u_2, v_2, u_3, u_5, v_5 和 u_6 。参照

NASTRAN的DMIG格式要求,将 K_0 命名为KSIGMA,下三角部分元素按行顺序写到外部文件,取名为KSIGMA.pch,见表2。

表 2 初应力刚度矩阵的DMIG数据
Tab.2 DMIG data of the initial stress stiffness matrix

节点坐标	DMIG数据	节点坐标	DMIG数据
001	DMIG*, KSIGMA,2,1	009	*,2,1,-1.00E+1
002	*,2,1,1.01E+3	010	*,5,1,1.01E+3
003	DMIG*, KSIGMA,2,2	011	DMIG*, KSIGMA,5,2
004	*,2,2,1.01E+3	012	*,2,2,-1.00E+1
005	DMIG*, KSIGMA,3,1	013	*,5,2,1.01E+3
006	*,2,1,-5.00E+2	014	DMIG*, KSIGMA,6,1
007	*,3,1,5.00E+2	015	*,5,1,-5.00E+2
008	DMIG*, KSIGMA,5,1	016	*,6,1,5.00E+2

2.3 温度对张力的影响矩阵生成

为了得到温度对张力的影响矩阵 C ,再建立一个NASTRAN的输入文件,见表3。

表 3 计算温度对张力影响矩阵的NASTRAN输入文件
Tab.3 NASTRAN input file for calculating the effect matrix of temperature on tension

节点坐标	输入文件	节点坐标	输入文件
001	SOL 101	014	SUBCASE 5
002	CEND	015	TEMPERATURE(LOAD)=5
003	SET 10=1,2,3,4,5	016	BEGIN BULK
004	TEMPERATURE(INITIAL)=10	017	INCLUDE 'Demo Model.bdf'
005	PARAM, AUTOSPC, YES	018	INCLUDE 'KSIGMA.pch'
006	K2GG=KSIGMA	019	TEMPD,10,0
007	SPC=10	020	TEMPD,1,0
008	DISPLACEMENT(SORT1, REAL)=ALL	021	TEMPRB,1,1,-1,-1
009	FORCE(SORT1, REAL, BILIN, PUNCH)=10	022	TEMPD,2,0
010	SUBCASE 1	023	TEMPRB,2,2,-1,-1
011	TEMPERATURE(LOAD)=1	024	TEMPD,5,0
012	SUBCASE 2	025	TEMPRB,5,5,-1,-1
013	TEMPERATURE(LOAD)=2	026	ENDDATA

该输入文件包含3个计算工况,分别对应于在柔索单元(1)、单元(2)和单元(5)上施加单位负温度,求解5个柔索单元的张力。由于影响矩阵以及结构均具有对称性,单元(3)和单元(4)上施加单位负温度的工况可以用工况1和工况2替代。运行NASTRAN后,经整理得到

$$C = \begin{bmatrix} 1.444\ 5 & c_{21} & c_{31} & c_{41} & c_{51} \\ 1.346\ 7 & 1.444\ 4 & c_{32} & c_{42} & c_{52} \\ -0.000\ 5 & 0.000\ 5 & c_{11} & c_{43} & c_{53} \\ 0.000\ 5 & -0.000\ 4 & c_{21} & c_{22} & c_{54} \\ 0 & 0 & c_{15} & c_{25} & 0.038\ 1 \end{bmatrix} \times 10^3\ \text{N}/^{\circ}\text{C}$$

(18)

式中:矩阵中只有变量名、没有具体数字的元素为可以利用结构或矩阵对称性替代的数据。

2.4 耦合变形和张力的计算分析

根据五根柔索张力的设计值100、100、100、100和1 N,用式(17)给出的矩阵 C 根据式(16)可算得每个单元的温度为

$$\begin{aligned} T^{(3)} &= T^{(1)} = -3.582\ 72 \times 10^{-2}\ ^{\circ}\text{C} \\ T^{(4)} &= T^{(2)} = -3.582\ 70 \times 10^{-2}\ ^{\circ}\text{C} \\ T^{(5)} &= -2.627\ 45 \times 10^{-2}\ ^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

(19)

将这组温度值作为已知单元温度载荷条件,建立的NASTRAN输入文件,见表4。

表 4 耦合变形和张力计算的 NASTRAN 输入文件

Tab.4 NASTRAN input file for coupled deformation and tension calculation

节点坐标	输入文件	节点坐标	输入文件
001	SOL 101	012	BEGIN BULK
002	CEND	013	INCLUDE 'DemoModel.bdf'
003	SET 10=1,2,3,4,5	014	INCLUDE 'KSIGMA.pch'
004	TEMPERATURE(INITIAL)=10	015	TEMPD,1,0
005	PARAM, AUTOSPC, YES	016	TEMPD,10,0
006	K2GG=KSIGMA	017	TEMPRB*,1,1,-3.58272-2,-3.58272-2
007	SPC=10	018	TEMPRB*,1,2,-3.58270-2,-3.58270-2
008	DISPLACEMENT(SORT1, REAL)=ALL	019	TEMPRB*,1,3,-3.58272-2,-3.58272-2
009	FORCE(SORT1,REAL,BILIN)=10	020	TEMPRB*,1,4,-3.58270-2,-3.58270-2
010	SUBCASE 1	021	TEMPRB*,1,5,-2.62745-2,-2.62745-2
011	TEMPERATURE(LOAD)=1	022	ENDDATA

计算后得到的柔索单元张力与设计值完全一致。关于变形的位移分量可以在微小位移假设下用解析法估算。参考图 1, 节点 3 的横向位移就是在柔索(1)和柔索(2)张力 N_1 作用下支撑弹簧(6)的伸长量, 即 $u_3 = -\frac{N_1}{k} = -10^{-3}$ m。柔索(1)和柔索(2)的收缩量相同, 其和等于 u_3 , 因此 $u_2 = \frac{u_3}{2} =$

-5×10^{-4} m。节点 2 竖向位移使得柔索(1)和柔索(2)的张力 N_1 改变方向, 其竖向的分量和与柔索(5)的张力 N_2 平衡, 由此得出 $v_2 = -\frac{l_1 N_2}{2N_1} = -10^{-3}$ m。位移分量的有限元计算与解析法估算结果的对比见表 5, 两者相差无几, 表明用本文介绍的方法具有很高的计算精度。

表 5 预紧力索网-结构算例耦合变形的计算结果

Tab.5 Calculation results of the coupled deformation of the cable net structure with pretension

位移分量	计算结果/m			误差/%	
	解析法	线性有限元法	非线性有限元法	线性结果	非线性结果
$u_2 (=u_5)$	-0.000 5	$-4.987\ 726 \times 10^{-4}$	$-5.001\ 329 \times 10^{-4}$	-0.25	0.27
$v_2 (= -v_5)$	-0.001 0	$-9.803\ 919 \times 10^{-4}$	$-9.891\ 866 \times 10^{-4}$	-1.96	0.90
$u_3 (=u_6)$	-0.001 0	$-9.975\ 063 \times 10^{-4}$	$-1.000\ 218 \times 10^{-3}$	-0.25	0.27

配置柔索等效温度下降量、后续的耦合变形和张力的计算都是线性过程, 不需要迭代就能取得很高的计算效率。当预紧力的等效温度确定后, 作为已知载荷问题也可以用非线性分析计算索网-结构的

耦合变形。此时, 将横索网和竖索网分别等效为边长 $\sqrt{2}$ mm 和 $\sqrt{0.1}$ mm 的方型截面梁单元, 利用细长梁较弱的横向刚度避免零张力状态下索网刚度矩阵的奇异性, 实现非线性计算的初始迭代。用

NASTRAN求解序列106计算,得到的横索网张力均是100 N,与设计值完全吻合,竖索网张力是0.974 4 N,误差约为-2.56%,符合工程计算的精度要求。位移的非线性计算结果见表5。解析法与线性和非线性方法得到的结果误差相当。

3 索网式天线动力学特性计算的工程应用

索网式反射面天线如图2所示,结构包括伸展臂、支撑桁架、索网3个主要部分。支撑桁架是由辅助驱动单元、外生支撑单元、立柱或助杆接头组成,索网包含前索网、背索网、张紧索和斜拉索。天线支撑桁架左右跨度为14.76 m,前后跨度为12.00 m。

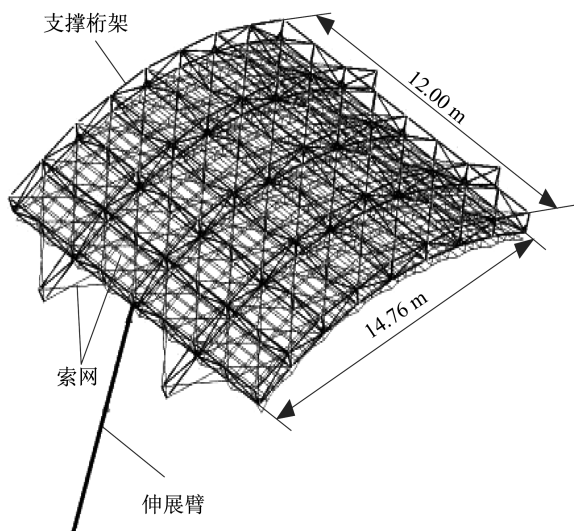


图2 索网式可展开天线

Fig.2 Cable net deployable antenna

运用上述算法,根据索网预张力设计值,配置索网单元的等效温度下降量并作为输入条件,然后采用SOL 106求解序列,进行非线性静力分析。分析时,设定伸展臂根部固支,索网预张力施加结果如图3所示,与设计值相比,相对误差处于2.3%以下,因此能满足设计阶段的精度要求。在预张力作用下的索网、支撑桁架和伸展臂耦合变形的计算结果如图4所示。图中,粗实线为变形放大50倍后的状态,节点位移的最大值在厘米量级。结合预张力施加精度及变形结果可知,以线性刚度矩阵和初应力刚度矩阵的叠加等效带有张紧力的索网结构的切线刚度矩阵,在实际工程应用中是可行的。

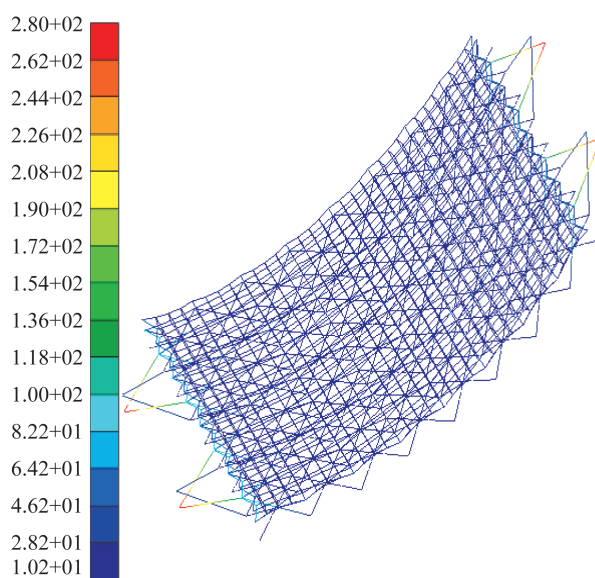


图3 索网预张力施加结果

Fig.3 Result of pretension application to cable net

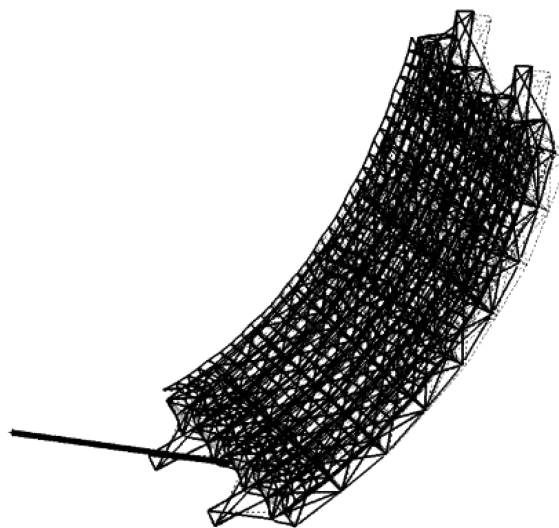


图4 索网、框架和伸展臂的耦合变形

Fig.4 Coupling deformation of cable net, frame, and extension arm

同样采用SOL 106求解序列,根据存在预张力状态时的切线刚度矩阵进行模态分析,天线的前6阶固有频率以及与其对应的振型如图5所示。图中:第1阶和第2阶主要为伸展臂的弯曲模态,由伸展臂自身刚度决定;第3阶为天线整体的1阶扭转模态;第4阶主要为支撑桁架与索网结构的1阶扭转模态;第5阶主要为伸展臂的局部模态,受到伸展臂自身连接刚度影响;第6阶为天线整体的2阶扭转模态。

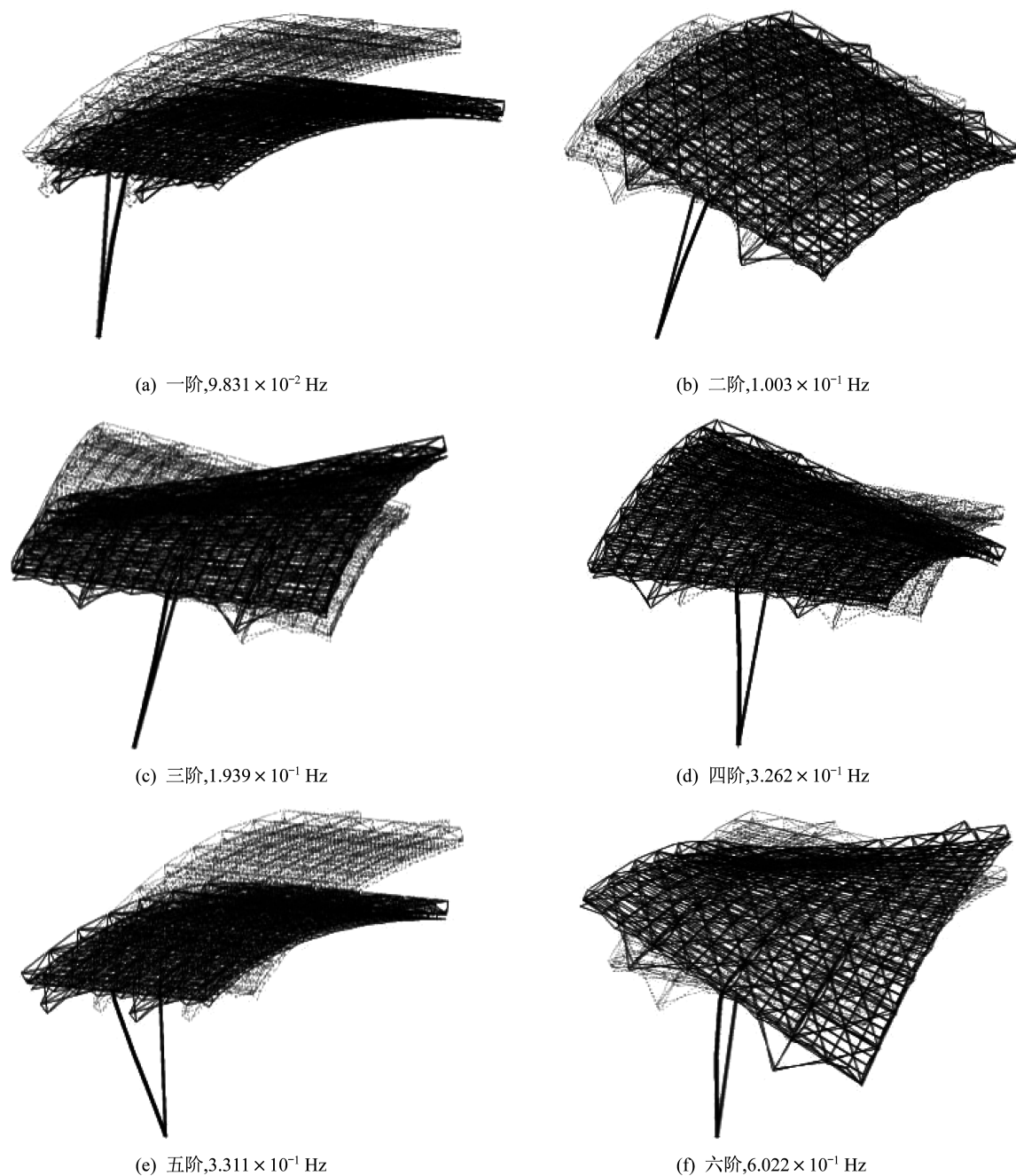


图 5 非线性固有模态

Fig.5 Nonlinear natural mode

4 结束语

本文针对简单柔索算例的详细分析,以及在实网索网结构工程中的应用,表明对于几何非线性效应显著、横向刚度中张紧力占主导的索网单元,在单元切线刚度矩阵中略去因位形改变而引起的初位移刚度矩阵,而保留由张力所产生的初应力刚度矩阵,能够有效计算出用柔性索单元的预紧力。由于保留的初应力刚度矩阵是常量,因此,预紧力的

计算属于线性问题,具有很高的计算效率。将所得的预紧力用降低温度的方法比拟,用热弹性有限元计算出的柔索张力能够与设计值高度吻合。对于航天器上应用的索网天线,本方法能在保证精度的前提下提高计算效率。此外,整个过程可以充分利用通用有限元计算程序,可以在此基础上进一步开展模态和响应等力学计算,便于在工程中的应用和实施。

参考文献

- [1] ZHANG Y Q, LI N, YANG G G, et al. Dynamic analysis of the deployment for mesh reflector deployable antennas with the cable-net structure [J]. *Acta Astronautica*, 2017, 131: 182-189.
- [2] STEFANOU G D. Dynamic response of tension cable structures due to wind loads [J]. *Computers and Structures*, 1992, 43(2): 365-372.
- [3] 刘小聪. 索网找形与静力性能计算研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2006.
- [4] ALI N B H, SMITH I F C. Dynamic behavior and vibration control of a tensegrity structure [J]. *International Journal of Solids Structures*, 2010, 47(9): 1285-1296.
- [5] WANG Z W, LI T J, YAO S. Nonlinear dynamic analysis of space cable net structures with one to one internal resonances [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 78(2): 1461-1475.
- [6] ZHANG L Y, LI Y, CAO Y P, et al. Stiffness matrix based form-finding method of tensegrity structures [J]. *Engineering Structures*, 2014, 58: 36-48.
- [7] HEDGEPEETH J M. Accuracy potentials for large space antenna reflectors with passive structure [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1982, 19(3): 211-217.
- [8] 罗平杰, 李亚东, 张国强, 等. FAST 索网张拉过程模拟分析及误差控制[J]. *空间结构*, 2017, 23(3): 36-40.
- [9] 周泓, 齐永胜. 初应变法模拟预应力张拉解决张弦梁结构找形问题的方法[J]. *江苏建筑*, 2005, 15(1): 26-27.
- [10] 张翀. 带拉索预应力钢结构受力全过程的计算程序编制与分析研究[D]. 南京: 东南大学, 2005.
- [11] 张航. 单层索网结构有限元模型预应力施加方法探究[J]. *建材与装饰*, 2018, 7(24): 77-78.
- [12] 边广生. 空间结构温度效应理论分析及试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2004.
- [13] 贺拥军, 周绪红, 周佳伟. 拉索预应力空间网格结构的索张力计算及张拉全过程分析[J]. *自然灾害学报*, 2012, 21(2): 223-229.
- [14] 何琳, 王家林. 模拟有效预应力的等效荷载-实体力筋降温法[J]. *公路交通科技*, 2015, 32(11): 75-80.
- [15] 燕海蛟. 斜拉索内钢丝间弯曲滑移数值模拟及分析[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2013.
- [16] 曾建宇, 苏小卒, 王磊. 预应力等效荷载的应用及非线性阶段计算方法[J]. *力学季刊*, 2015, 36(1): 125-133.
- [17] 杨飞, 杨昀, 许磊, 等. 预应力效应的施加方法在各种单元类型中的应用[J]. *公路交通科技(应用技术版)*, 2012, 8(8): 257-260.
- [18] YANG Q N, WANG F Z. Simple computing method for tension cable in monolayer cable net curtain wall [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2013, 405/406/407/408: 909-912.

(上接第73页)

- [7] 梁健, 张润宁, 王大伟, 等. 敏捷SAR卫星视频成像模式的姿态机动策略[J]. *中国科学院大学学报*, 2019, 36(1): 125-130.
- [8] 梁健, 张润宁. 敏捷SAR卫星序贯图像成像模式姿态机动策略研究[C]//北京力学学会第二十三届学术年会会议论文集. 北京: 北京力学学会, 2017: 756-759.
- [9] 周超伟, 李真芳, 毛琴, 等. 高分辨率滑动聚束SAR卫星姿态机动策略[J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40(7): 1472-1477.
- [10] 韩晓磊, 张庆君, 刘杰, 等. 敏捷SAR卫星聚束模式姿态机动策略研究[J]. *航天器工程*, 2016, 25(4): 13-19.
- [11] 周伟敏, 祖立业, 朱庆华. 一种基于大力矩飞轮的敏捷卫星路径规划的姿态机动控制方法[J]. *空间控制技术*与应用, 2014, 40(2): 37-41, 46.
- [12] 李德婷, 张元媛, 王华. 考虑单框架控制力矩陀螺性能约束的小卫星姿态星载控制[J]. *上海航天*, 2019, 36(3): 89-95, 136.
- [13] 刘德庆, 吴敬玉, 操宏磊. 一种SGCMG系统奇异逃离方法[J]. *宇航学报*, 2016, 37(8): 1001-1005.
- [14] 韩宇, 樊炜, 曹涛. 基于误差空间的航天器姿态反步容错控制[J]. *飞控与探测*, 2019, 2(4): 46-54.
- [15] 屠善澄. 卫星姿态动力学与控制[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2001.
- [16] 谭天乐, 尹俊雄, 郑翰清. 卫星姿态大角度机动的轨迹规划和模型预测与反演控制[J]. *飞控与探测*, 2019, 2(1): 17-23.