

海洋定位卫星性能分析

孙鸿强¹, 张占月², 赵焕洲¹, 胡国林¹, 张辉¹, 张宽¹, 谢圆¹, 卢皓¹

(1. 北京航天飞行控制中心, 北京 100094; 2. 航天工程大学, 北京 101416)

摘要: 编队卫星是重要的空间设施, 为保证编队卫星在空间复杂环境中的工作效率, 需对编队卫星的工作原理、状态进行分析。以三星编队的海洋定位卫星为例, 由于该编队卫星工作状态常受到星间基线、目标源位置、卫星高度等多种因素的制约, 易造成定位模糊等问题。在评价海洋定位卫星性能方面, 传统的方法主要着眼于定位精度, 而忽略了定位迭代解算时间这一指标, 而在特定的场景下(海上搜救、抢险救灾), 较短的解算时间可以迅速找出目标源的概略位置。通过分析海洋定位卫星的时差测量定位原理, 对定位误差精度进行了分析, 提出水平精度因子(HDOP)和最小二乘迭代结合的评价方法, 分析了影响卫星性能的因素, 包括目标源相对几何位置、卫星高度及卫星几何构型等方面的影响。仿真结果表明: 本文的设计可以提高卫星的定位效果, 为定位卫星的参数设定提供参考。

关键词: 三星定位; 定位误差; 构型设计; 水平精度因子

中图分类号: V 57

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2021.06.016

Performance Analysis of Marine Positioning Satellites

SUN Hongqiang¹, ZHANG Zhanyue², ZHAO Huanzhou¹, HU Guolin¹, ZHANG Hui¹,

ZHANG Kuan¹, XIE Yuan¹, LU Hao¹

(1. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China; 2. Space Engineering University, Beijing 101406, China)

Abstract: Formation satellites are important space facilities. In order to ensure the working efficiency of formation satellites in complex space environment, it is necessary to analyze the working principle and status of formation satellites. Take the marine positioning satellite of three-satellite formation as an example. The working status of the satellites in the formation is often restricted by the factors such as the satellite baseline, the target source position, and the satellite height, which easily results in problems such as fuzzy positioning. In evaluating the performance of marine positioning satellites, the traditional methods mainly focus on the positioning accuracy, but ignore the index of iterative calculation time for positioning. In specific scenarios, e.g., maritime search and rescue and emergency relief, shorter calculation time is helpful to quickly find out the approximate location of the target source. In this paper, the positioning error accuracy is analyzed based on the time difference measurement and positioning principle of marine positioning satellites, and an evaluation method combining the horizontal dilution of precision (HDOP) and least square iteration is put forward. With the proposed method, the effects of factors such as the relative geometry position of the target source, the satellite altitude, and the satellite geometry configuration on the satellite performance are analyzed. The simulation results show that the design of this paper can improve the positioning effect of the satellite, and provide a reference for the parameter setting of the positioning satellite.

Key words: three-satellite positioning; positioning error; configuration design; horizontal dilution of precision (HDOP)

0 引言

人造卫星是重要的空间信息基础设施, 其中的

航天器编队飞行不仅突破了体积和质量的限制, 而且提高了整体系统功能、结构灵活性和可替代性,

收稿日期: 2019-10-11; 修回日期: 2020-01-22

作者简介: 孙鸿强(1994—), 男, 助理工程师, 主要研究方向为航天任务分析与设计。

通信作者: 张占月(1973—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为航天任务分析与设计。

近年来引起各国航天界极大的关注^[1]。编队卫星拥有不受基线限制、多星协同工作、控制灵活等特点,有着非常广阔的应用前景。常见的卫星定位功能通常由多个卫星协同工作完成,如美国的“白云”系列海洋监视卫星、我国的“北斗一号”定位系统^[2]。

以海洋定位卫星为例,可以满足对沿海、商业海域和重点海域的观察^[3-4],重难点在于对目标的定位,但影响定位效果的因素众多,如受目标源位置影响、编队构型约束、卫星高度约束等^[5]。本文对三星定位的时差测量定位原理进行分析,将传统上评价卫星定位精度的水平精度因子(Horizontal Dilution of Precision, HDOP)与最小二乘迭代法相结合,对定位卫星的定位方程进行了解算,同时从定位精度和解算时长两个方面进行更直观的描述。在此基础上,分析了影响定位性能的若干条件给出了仿真验证结果,并以此对海洋定位卫星的参数设定提供建议。

1 三星定位编队定位计算模型

到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)技术是采用比较广泛的技术^[6]。根据目标源的辐射信号到达卫星的时间,利用几何关系进行定位求解。在相同的测量误差条件下,时差越大,测量误差所占比例越小,误差造成的影响越小^[7]。对上述定位方法进行量化计算,联立方程得

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = c \cdot \Delta t_1 \\ d_1 - d_3 = c \cdot \Delta t_2 \\ f_{\text{earth}}(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:前两式为利用时差测量来确定 2 张满足候选目标源位置的双曲面; d_1, d_2, d_3 分别为 3 颗卫星到目标源的距离; c 为电磁波传递速度; $\Delta t_1, \Delta t_2$ 为接收到目标源信号的时间差; $f_{\text{earth}}(x, y, z)$ 为地球表面简化表达形式,地固坐标系下存在表示目标源位置 3 个未知量 (x, y, z) ^[8]。

2 三星定位误差分析模型

2.1 定位方程的最小二乘解算

对于式(1)中的 $f_{\text{earth}}(x, y, z)$,地固坐标系中的 (x, y, z) 转换到大地坐标系中的坐标 (L, B, H) 的转换方程为

$$\begin{cases} x = (N + H) \cos B \cos L \\ y = (N + H) \cos B \sin L \\ z = [N(1 - e^2) + H] \sin B \end{cases} \quad (2)$$

式中: N 为地球曲率半径; H 为目标高度; L 为目标经度; B 为目标纬度; e 为地球椭圆的偏心率^[9]。

对于海洋定位卫星, H 可取 0,消去 (L, B) ,可得

$$\frac{x^2}{N} + \frac{y^2}{N} + \frac{z^2}{[(1 - e^2) \times N]} - N = 0 \quad (3)$$

故三星时差定位方程改写为

$$\begin{cases} f_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} - c \cdot \Delta t_1 \\ f_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} - \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} - c \cdot \Delta t_2 \\ f_3 = \frac{x^2}{N} + \frac{y^2}{N} + \frac{z^2}{[(1 - e^2) \times N]} - N = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: (x_i, y_i, z_i) 为 3 颗卫星在地固坐标系中的位置。

常用的解算方法有解析法、牛顿迭代法、最小二乘迭代法等。最小二乘迭代法具有平方收敛速度,可快速得到解算结果。

首先构建模函数 $Q(X)$,将问题化为求解模函数最小值的问题:

$$Q(x, y, z) = \sum_{i=1}^3 f_i^2(x, y, z) \quad (5)$$

设 $F(X) = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T$,若 $F(X)$ 可微,则模函数变化为

$$Q(X) = F(X)^T F(X) \nabla Q(X) = 2F'(X)^T F(X) \quad (6)$$

式中:

$$F'(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (7)$$

设 X_k 是 $F(X) = 0$ 的一组近似根,将 $F(X)$ 在 X_k 处泰勒展开略去高阶项:

$$F(X) = F(X_k) + F'(X_k)(X - X_k) \quad (8)$$

由最小二乘迭代可知,迭代误差 ΔX_k 可表征为

$$\Delta X_k = [F'(X_k)^T \cdot F'(X_k)]^{-1} \cdot F'(X_k)^T \cdot F(X_k) \quad (9)$$

迭代步骤如下:

步骤1 取星下点为迭代初值 X_0 ;

步骤2 将前一次求得的目标位置坐标 $X_k(x_k, y_k, z_k)$ 代入定位方程, 求出 $F(X_k)$ 和 $F'(X_k)$;

步骤3 将 $X_k(x_k, y_k, z_k)$ 入迭代式, 求出目标位置 $X_{k+1}(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1})$;

步骤4 以此类推, 直到若干次迭代得 $X_n(x_n, y_n, z_n)$ 与 $X_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1})$ 的距离小于某个无穷小的数 ϵ 。即设

$$D_k = \sqrt{\Delta x_k^2 + \Delta y_k^2 + \Delta z_k^2} \quad (10)$$

当 $D_k < \epsilon$ 时迭代终止, 求得极小点的近似值也就是目标位置的估计值。

采用上述解算方法将定位方程进行解算, 如图1所示, 初始概略位置选定在距离目标源 1 310 km 处的位置, 总定位误差随着迭代次数的增加迅速减小。

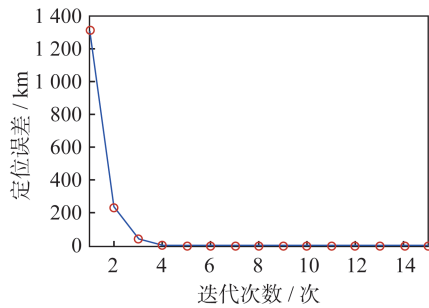


图1 迭代效果与定位误差

Fig.1 Iteration effect and positioning error

2.2 定位方程的精度因子分析

由定位卫星的定位原理可知, 在允许的范围内, 如果目标源传递信号所到达不同卫星的时间差越大, 定位效果越理想。如图2左所示, 理想情况下, 以圆形为测量卫星测出目标源可能的位置(实线圈), 以三角为测量卫星测出目标源可能的位置(虚线圈), 两圈的交点即为目标源的位置(这里假设2个交点中右侧的为目标源真实位置)。

而实际情况中误差是不可避免的, 因此在测量时得到是圆环, 2个圆环的重叠处为目标源概略位置, 如图2中重叠的灰色区域。当2颗卫星构型不理想时, 如图2右重叠的灰色区域面积过大, 定位效果十分不理想。将式(4)中双曲面的表达式记为

$$f(x, y, z) = 0 \quad (11)$$

假设目标源在地固坐标系下的概略位置为

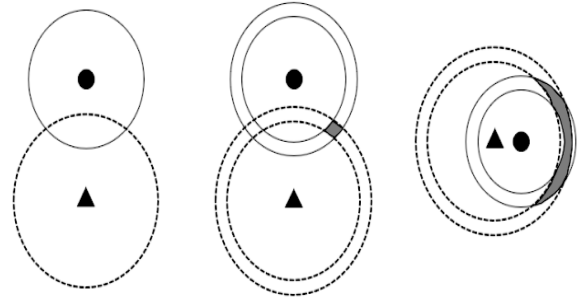


图2 相对位置对定位精度的影响

Fig.2 Effects of the relative position on the positioning accuracy

$S_0(x_0, y_0, z_0)$, 则将式(11)在 S_0 处展开, 可得

$$f(x, y, z) = f(x_0, y_0, z_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial S} \right|_{S_0} \Delta S \quad (12)$$

$$\text{令 } [f(x, y, z) - f(x_0, y_0, z_0)] = P, \left. \frac{\partial f}{\partial S} \right|_{S_0} = A,$$

定位误差的协方差矩阵为

$$C_{\text{Cov}}(\Delta S) = (A)^{-1} \cdot C_{\text{Cov}}(P) \cdot (A)^{-T} \quad (13)$$

利用转换矩阵 M 转化为建立在目标源当地坐标系协方差矩阵 ΔS_{local} :

$$\Delta S_{\text{local}} = M \cdot \Delta S \quad (14)$$

故目标源当地的误差协方差矩阵 $C_{\text{Cov}}(\Delta S_{\text{local}})$ 可表示为

$$C_{\text{Cov}}(\Delta S_{\text{local}}) = M \cdot C_{\text{Cov}}(\Delta S) \cdot M^T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xz}^2 \\ \sigma_{xy}^2 & \sigma_{yy}^2 & \sigma_{yz}^2 \\ \sigma_{xz}^2 & \sigma_{yz}^2 & \sigma_{zz}^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

对于目标源来说, (x, y, z) 3个方向上的定位误差可以用 $(\sigma_{xx}^2, \sigma_{yy}^2, \sigma_{zz}^2)$ 表示^[10-11]。针对海洋定位卫星, 高度可视为 0^[12], 进行水平方向精度分析即可。假设目标源信号传播时间的测量均方差为 e_0 , 电磁波传递速度为 c , 则对此目标源的水平定位精度 E 可表示为^[13]

$$E = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2} \cdot e_0 \cdot c \quad (16)$$

而对于式(16)中的 $\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2}$ 项, 即为水平方向精度因子 HDOP, 在相同的观测精度的情况下, 几何精度因子越小, 定位的精度就越高, 反之越低。其实质上是一个几何放大因子, 几何精度因子对定位精度有很大的影响^[14]。

2.3 定位误差影响因素分析

2.3.1 目标源相对卫星位置的影响

为验证定位精度与目标源相对卫星几何位置之间的关系,对我国东部海域上的一块矩形区域进行覆盖仿真分析。选取的 3 颗卫星位于 2 个轨道上,将其真近点角进行了调整构成一个三角形^[15]。卫星场景分布如图 3 所示。

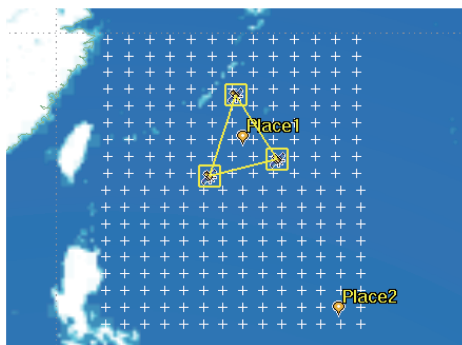


图 3 卫星场景分布

Fig.3 Satellite scene

定位卫星的星下区域内的 HDOP 值如图 4 所示。图中可见:在此三星构型的定位卫星中,当目标源在三星星下三角形之中时,HDOP 值较小;当目标源在三星星下三角形之外时,HDOP 值较高。

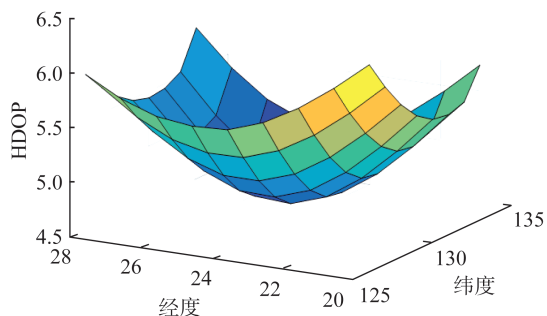


图 4 HDOP 分布情况

Fig.4 Distribution of HDOP

2 个不同目标源的误差变化情况如图 5 所示。图中可见:位于星下点三角形内的点的距离误差很快就由初始误差迅速下降到零附近;而位于星下点三角形外的点距离误差下降缓慢,多次迭代内未达到理想误差精度。

星下点和目标源的距离对迭代解算时间的影响如图 6 所示。图中可见:随着目标源远离星下点,迭代解算次数逐渐增加,解算时间变长,性能变差。

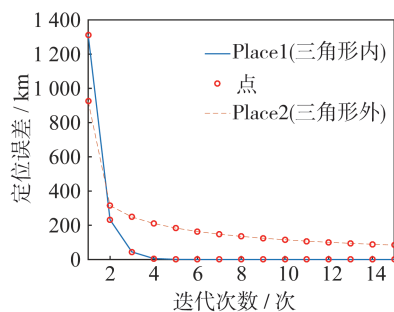


图 5 不同目标源定位误差比较

Fig.5 Comparison of positioning errors of different target sources

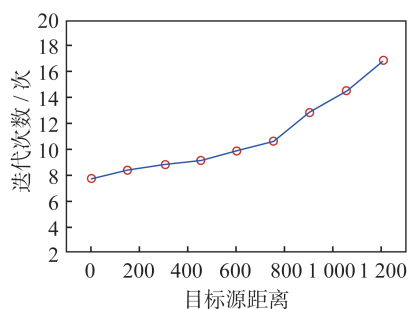


图 6 目标源距离对迭代解算次数的影响

Fig.6 Effect of the target distance on the iteration time

综合利用 HDOP 和最小二乘迭代方法,对矩形区域内的点进行定位精度和迭代时长的分析,如图 7 所示。图中:绿色表示处于星下点三角形内的目标源,可以看出,其 HDOP 值较低,意味着定位精度较高,且其定位解算时间较短,具有快速性和准确性;红色表示处于矩形边界的目标源,其 HDOP 值较高,且解算迭代时间较长;此外,还存在一部分处于星下三角形周围的点(蓝色),其定位精度也较高,但是迭代其解算时间相对较长,定位效果不如星下三角形内的点。因此,从定位精度和解算时间上综合考虑,目标源位于星下三角形内时,定位性能更强。

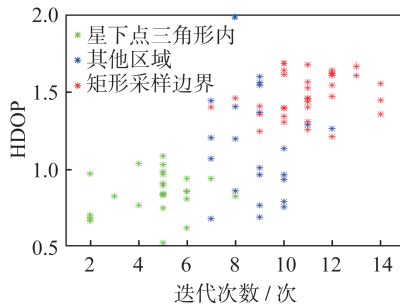


图 7 不同目标源定位精度和迭代解算次数比较

Fig.7 Positioning accuracy and iteration times of different target sources

2.3.2 卫星高度影响

取上述卫星场景,保证 3 颗定位卫星的星下点构型不变化,只改变其高度,分析卫星高度的影响。卫星场景如图 8 所示。

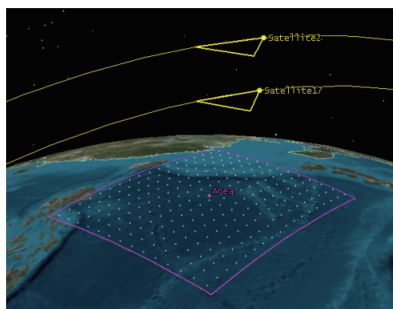


图 8 卫星场景图

Fig.8 Satellite scene

卫星高度和星下点三角形区域内 HDOP 的变化关系如图 9 所示。图中:下方虚线表示在对应高度下星下点三角形区域中的最小 HDOP 的值;上方虚线表示在对应高度下该区域中的最大 HDOP 的值;实曲线表示该区域中的平均 HDOP 的值。图中可见:在一定范围内,随着卫星高度越高,其对于地面上同一目标源的 HDOP 越大;而卫星高度越低,对于地面上同一目标源的 HDOP 越小。

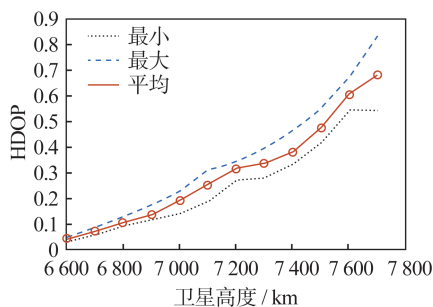


图 9 卫星高度变化对 HDOP 的影响

Fig.9 Effect of the satellite altitude change on the HDOP

2 组不同高度定位卫星的基于定位方程的迭代次数与距离误差之间的关系如图 10 所示。图中可见,在解算过程中,尽管经过若干次迭代,定位误差逐渐降低,达到了理想的精度,但是在解算过程中,该场景下当卫星轨道半长轴为 6 800 km 时,定位解算的迭代次数较多、时间较长,相对而言该场景下当卫星轨道半长轴为 7 500 km 时,定位解算的迭代次数较少、时间较短。这与 HDOP 变化相反,从迭代解算时间上比较,7 500 km 更优。

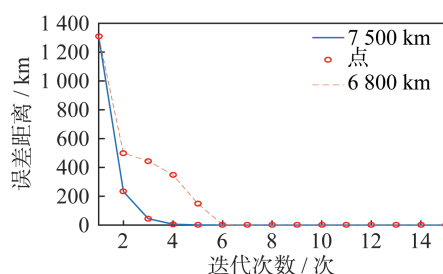


图 10 多次迭代后不同高度定位误差比较

Fig.10 Comparison of the position error on different altitude

而对不同高度编队卫星而言,其迭代解算时间亦不同,将轨道半长轴范围设定在 6 700~8 500 km,与之对应的迭代解算次数如图 11 所示。可以看出,随着编队卫星高度的增加,迭代时间逐渐减小,在轨道半长轴为 7 000 km 时达到最小,而后迭代时间随着高度增加逐渐增大。由此,从迭代解算时间分析,并不是轨道高度越低越好。

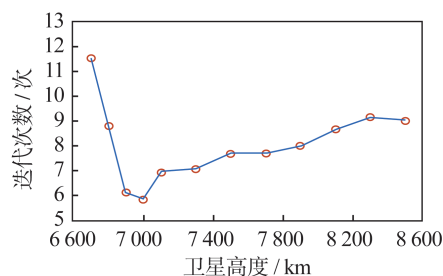


图 11 不同高度对迭代次数的影响

Fig.11 Effect of the satellite altitude on the iteration time

利用 HDOP 和最小二乘迭代方法对不同高度的卫星进行定位精度和迭代时长的分析,如图 12 所示。图中可见:在卫星高度很低时,虽然 HDOP 值越小,但是其迭代解算时间较长;随着卫星轨道高度逐渐升高,迭代解算时间呈现先减少后增加的趋势。因此,从定位精度和解算时间上综合考虑,定位卫星的高度并不是越低越好,应该在综合考虑对地观察面积、定位精度和迭代解算效率,选择适用于不同任务目标的卫星参数。

2.3.3 几何构型的影响

在分析星下点三角形底边高的影响时,选取对应构型对该区域内的平均 HDOP 和定位误差进行比较分析。保持星下点三角形左侧的边不变,调整三角形右下方顶点的位置,使得三角形左侧底边上的高逐渐变大,卫星场景如图 13 所示。

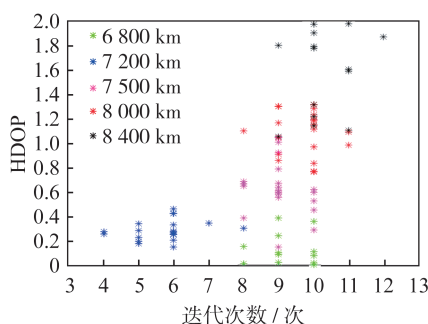


图 12 不同高度卫星定位精度和迭代解算次数的比较

Fig.12 Comparison of positioning accuracy and iteration times of different altitude

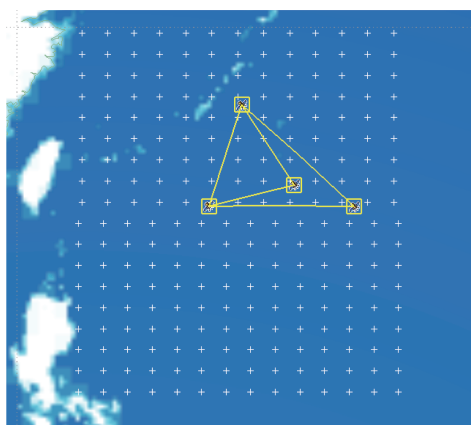


图 13 改变星下点三角形左侧底边的高

Fig.13 Change of the left base height of the triangle

星下点三角形左侧底边的高和该区域内 HDOP 的变化关系如图 14 所示。图中:上方虚线表示在对应高下星下点三角形区域中的最大 HDOP 的值;下方虚线表示在对应高下该区域中的最小 HDOP 的值;实曲线表示该区域中的平均 HDOP 的值。图中可见,在一定范围内,随着星下点三角形左侧底边上的高变长,其对于地面上同一目标源区域的 HDOP 越小,反之越大。

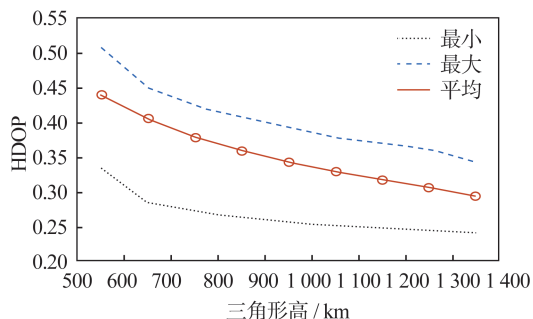


图 14 三角形高的变化对 HDOP 的影响

Fig.14 Effect of the triangle height on the HDOP

2 组星下点三角形左侧底边高不相等的定位卫星的距离误差如图 15 所示。对两者的定位精度进行比较,由图可知,在定位精度方面,星下点底边高较长的卫星的定位精度较高。在实际定位过程中,卫星之间的基线不宜过长,需要在保证编队可控的情况下进行基线的最优化。

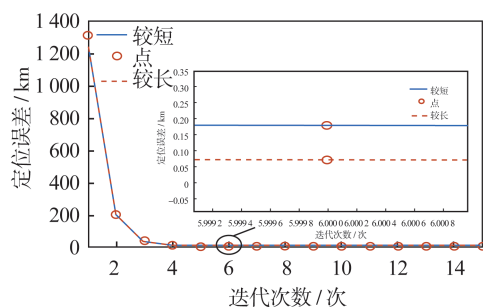


图 15 多次迭代后定位误差比较

Fig.15 Comparison of positioning errors after several iterations

星下点三角形左侧底边高的变化对迭代解算时间的影响如图 16 所示。图中可见,在其有限的变化范围内,平均迭代次数未发生明显改变,星下点三角形高的变化不是影响迭代结算时间的主要因素。

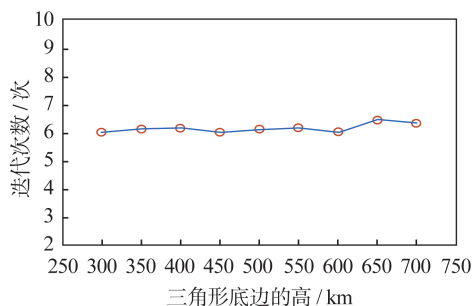


图 16 底边的高对解算时长的影响

Fig.16 Effect of the triangle height on the iteration time

利用 HDOP 和最小二乘迭代方法对所构成不同三角形底边高进行定位精度和迭代时长的分析,如图 17 所示。图中可见:在一定范围内,三角形底边高越长,其 HDOP 值越小;但从迭代解算时间来看,在一定范围内其迭代时间变化不大,这是由于卫星编队的星间距离不宜过长从而限制底边高的最大值所导致的。因此,从定位精度和解算时间上综合考虑,在工作允许的范围内,定位卫星星下三角形底边的高越长,定位性能更强。

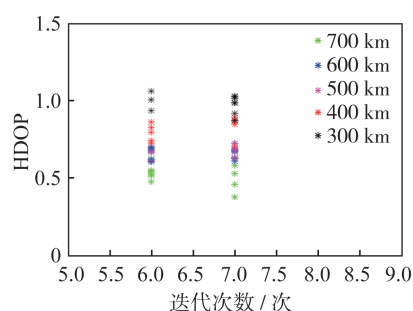


图17 不同底边高的定位精度和解算迭代次数的比较

Fig.17 Positioning accuracy and iteration times with different triangle heights

综上所述,在此三星构型的定位卫星中,当目标源在三星星下点构成的三角形之中时,定位精度较高、解算时间较短,卫星的性能比较理想;当目标源在三星星下点构成的三角形之外时,定位精度较差、解算时间较长,卫星定位性能不够理想。同时,在一定范围内,卫星高度越高,对地面上同一目标源的定位精度越差,但迭代解算时间随着高度的增加呈现先减少后增加的趋势,因此,卫星性能和卫星高度呈非线性的关系,应综合考虑对地观察面积、定位精度和迭代解算效率,选择适用于不同任务目标的卫星参数。此外,在构建三星位置构型时需要注意,在允许范围内,随着星下点三角形一边的高不断变大,对区域的定位精度逐渐变高,解算时间改变较少,综合卫星性能亦逐渐增强。

3 结束语

本文在时差测量定位的基础上分析了三星定位误差的产生,通过定位方程的求解对定位精度和迭代次数进行了分析,在此基础上,以水平方向衰减因子HDOP与迭代解算时间作为指标,对三星定位卫星进行定位性能评价。验证了在进行卫星轨道设计时,需要尽可能地将目标源包括在星下点三角形之中,定位卫星的高度在允许范围内适当降低,星下点三角形底边上的高在允许范围内尽可能

大。此外,在应对突发情况需要对航天器进行机动操作时,为保证机动之后的工作效率,可以利用本文作为参考,设计航天器的机动转移轨道,这样才能保证海洋定位卫星的定位精度。

参考文献

- [1] 孙俊,黄静,张宪亮.地球轨道航天器编队飞行动力学与控制研究综述[J].力学与实践,2019,41(2):5-24.
- [2] 赵树强,许爱华,张荣之,等.北斗一号卫星导航系统定位算法及精度分析[J].全球定位系统,2008(1):20-24.
- [3] 张庆君,赵良波.我国海洋卫星发展综述[J].卫星应用,2018,77(5):30-33.
- [4] 李智,张占月,孙琰.现代太空战[M].北京:国防大学出版社,2016:201-215.
- [5] 庞京,张烨.简析影响静止轨道卫星三星定位方法结果精度的主要因素[J].数字通信世界,2017(6):63-66.
- [6] 刘家祥.航天电子侦察定位技术理论与仿真软件设计[D].南京:东南大学,2017.
- [7] 陈丹琪,金国栋,谭立宁,等.无人机载光电平台目标定位方法综述[J].飞航导弹,2019(8):43-48.
- [8] 李红姝.时差估计及三星定位算法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2010.
- [9] 禹航.三星无源时差定位方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2011.
- [10] 张森艳,张军,朱衍波.卫星导航系统HDOP和VDOP的研究[J].遥测遥控,2009,30(2):6-12.
- [11] MILBERT D. Innovation: improving dilution of precision [EB/OL]. (2009-11-01) [2019-09-28]. <https://www.gpsworld.com/gnss-systemalgorithms-methodsinnovation-improving-dilution-precision-9100/>.
- [12] 王海丽.军用侦察卫星星座技术研究[D].长沙:国防科学技术大学,2001.
- [13] 王海丽,任莹,陈磊.三星时差定位星座的定位精度分析[J].中国空间科学技术,2000,20(5):24-29.
- [14] 张守信.GPS卫星测量定位理论与应用[M].长沙:国防科技大学出版社,1996.
- [15] ERIC F, ERICK L. Mission analysis of clusters of satellites [J].Acta Astronautica, 1996, 39(5):347-353.