

高轨卫星远程抵近轨道优化研究

刁华飞¹, 尚晓龙², 王培¹, 芦雪¹

(1. 航天工程大学, 北京 101416; 2. 中国人民解放军 32030 部队, 新疆 和硕 841200)

摘要: 针对高轨远程转移抵近的机动策略优化问题, 使用 Pork-chop 速度增量等高线图对时间约束内单脉冲 Lambert 转移进行分析。而后建立多脉冲转移抵近的数学模型, 以燃料最省为优化目标, 使用差分进化算法(DE) 搜寻全局最优解。通过仿真验证在不同脉冲次数、不同时间约束情形下的轨道抵近计算, 得出三脉冲转移抵近相对较优的结论。

关键词: 远程抵近; 轨迹优化; 差分进化算法(DE); 多脉冲转移

中图分类号: V 412.4 **文献标志码:** A

DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2022.02.003

Study on Trajectory Optimization of Long-Range Proximity for Geosynchronous Earth Orbit Satellites

DIAO Huafei¹, SHANG Xiaolong², WANG Pei¹, LU Xue¹

(1.Space Engineering University, Beijing 101416, China;

2.Unit 32030 of Chinese People's Liberation Army, Heshuo 841200, Xinjiang, China)

Abstract: To optimize the maneuvering strategy of long-range transfer and proximity for geosynchronous earth orbit (GEO) satellites, the single pulse Lambert transfer within time limit is analyzed with contour plots of Pork-chop. A mathematical model of multiple-pulse transfer and proximity is built to find the global optimal solution with the differential evolution (DE) algorithm, taking the minimum fuel as the optimization goal. The trajectory proximity is calculated under different pulse numbers and different time constraints through simulation. The results show that the results of triple-pulse transfer and proximity are relatively optimal.

Key words: long-range proximity; trajectory optimization; differential evolution algorithm (DE); multipulse transfer

0 引言

近年来,随着高轨卫星数量的日益增加以及太空军事化进程的加速,轨道抵近与邻近操作(Rendezvous and Proximity Operations, RPO)正在变得越来越频繁。RPO 包含轨道抵近和邻近操作两部分。其中,轨道抵近需要通过多次机动变轨,匹配与目标卫星的轨道高度、轨道平面以及在轨相位^[1]。高轨卫星处于地球同步轨道(Geosynchronous Earth Orbit, GEO)带的不同相位上,常使用调相机动的方式达到抵近的目的。调相转移用时一般为轨道周期的正整数倍,这使得抵近过程往往需要较

长的时间。而对于任意位置、任务时间约束下的轨道拦截,基本采用基于 Lambert 转移,当进行远程抵近时消耗燃料过多。因此,轨道抵近过程中的轨迹优化设计在高轨抵近任务中有着重要意义^[2-3]。远程抵近高轨非合作目标时,往往需要大幅调整、快速响应,一般采用化学燃料的脉冲变轨。脉冲变轨的主要问题,就是研究在航天器燃料约束下,从初始轨道至目标轨道的转移过程中,航天器施加脉冲的时机、次数以及脉冲矢量的方向和大小,这是一个非线性最优规划的问题^[4]。

对于脉冲轨道转移,国内外学者已经取得了许多成果。非线性交会研究多是基于不考虑摄动

收稿日期:2021-11-12; 修回日期:2022-03-06

作者简介:刁华飞(1984—),男,博士,助理研究员,主要研究方向为轨道设计与优化。

的二体运动学方程^[5]。当追踪星和目标星均处于圆轨道时,若对转移时间没有约束,则平面内的最优交会是双脉冲的霍曼转移。霍曼转移仅局限于共面圆轨道的情形,而 Lambert 转移则可以适用于任何轨道,因此 Lambert 转移方法被广泛应用于非线性最优交会研究中。1963 年,LAWDEN^[6]基于二体模型给出了脉冲变轨的“主矢量”理论,用于确定脉冲作用下最优转移轨道的必要条件。1968 年,LION 等^[7]在 LAWDEN^[6]研究的基础上,提出一种冲量校正理论,通过增加脉冲次数、初始漂移或减少脉冲次数实现对非最优轨迹的速度增量优化。在上述理论基础上,不少学者对最优脉冲交会进行了深入研究,一些新的优化理论应运而生,如非线性规划法、遗传算法^[8]、蚁群算法、模拟退火算法、粒子群算法、差分进化算法(Differential Evolution, DE)^[9]等。文献[10]采用非线性规划求解固定时间内两异面椭圆间的燃料最省的多脉冲交会问题,并对三脉冲和四脉冲方式进行轨迹优化计算;文献[11]采用动态规划算法求解多脉冲最优交会问题;文献[12]采用进化算法,以燃料和时间作为组合优化指标,对非固定时间的轨道转移和拦截问题进行优化;文献[13]采用非线性规划算法对不同拦截时间和脉冲次数的优化情况进行了比较分析。

针对高轨卫星远程抵近的轨道设计优化问题,本文使用 Pork-chop 速度增量等高线图对时间约束内单脉冲 Lambert 转移进行分析,而后提出一种收敛性较好的多脉冲抵近优化设计模型,使用 DE 对多组算例进行全局寻优。

1 高轨转移动力学建模

1.1 卫星在轨受力分析

对于高轨卫星而言,中心天体的引力显然是最主要的外力源,除此之外还需考虑各种摄动力的影响,由此可建立受摄二体模型如下:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \mathbf{F}_e \quad (1)$$

式中: $\mathbf{F}_e$ 为其他各有关外力源引起的摄动加速度; μ 为引力系数; $\ddot{\mathbf{r}}$ 为卫星加速度; $\mathbf{r}$ 为卫星位置矢量; r 为卫星与地心距离。

本文的研究对象是高轨卫星,在这个空间范围

内,地球大气对卫星产生的阻力可忽略不计,这里主要考虑地球的非球形摄动力太阳。因此,本文研究所使用的轨道外推模型仅考虑含 J2 项的地球非球形摄动加速度:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \mathbf{F}_{J_2} \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_{J_2} = \frac{3}{2} \frac{\mu J_2 R_E^2}{r^5} \begin{bmatrix} 5 \frac{xz^2}{r^2} - x \\ 5 \frac{yz^2}{r^2} - y \\ 5 \frac{z^3}{r^2} - 3z \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{F}_{J_2}$ 为含 J2 项的地球非球形摄动加速度; $[x \ y \ z]$ 为卫星在地心惯性坐标系下的位置坐标; R_E 为地球半径。

1.2 Lambert 转移与求解算法

Lambert 转移描述了 2 个圆锥曲线轨道之间的固定点交会,被广泛应用于空间轨道设计领域,适用于研究高轨抵近任务^[14]。Lambert 是关于圆轨道上任意 2 个时刻的位置坐标同时间的关系定理,给定 2 个位置矢量和它们之间的飞行时间,便决定其飞行轨道^[15]。Lambert 定理的数学表述为

$$\sqrt{\mu} \Delta t = F(a, r_1 + r_2, c) \quad (4)$$

式中: a 为转移轨道的半长轴; c 为转移轨道始末点之间的距离; Δt 为转移时长。

欧拉和拉格朗日用解析法证明了 Lambert 定理,并求得了二体模型下 Lambert 问题的解析解^[16]:

$$\sqrt{\mu}(t_2 - t_1) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{3} \left[s^{\frac{3}{2}} - \operatorname{sgn}(\sin \Delta f)(s - c)^{\frac{3}{2}} \right] \\ a^{\frac{3}{2}} [(\alpha - \sin \alpha) - (\beta - \sin \beta)] \\ (-a)^{\frac{3}{2}} [(\sin \alpha - \alpha) - (\sin \beta - \beta)] \end{cases} \quad (5)$$

变量 a 和 β 由等式参数 $(a, r_1 + r_2, c)$ 决定,定义如下:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{s}{2a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$$\sin \frac{\beta}{2} = \left(\frac{s - c}{2a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

式中:变量 $s = (r_1 + r_2 + c)/2$,表示三角形的周长。

Lambert 转移基于 Lambert 定理提出,已知 2 个

位置坐标和转移时间确定飞行轨道,如图 1 所示。已知机动卫星初始点位置矢量为 $\mathbf{r}_1$,速度矢量 $\mathbf{v}_1$,目标星的位置矢量为 $\mathbf{r}_2$,速度矢量 $\mathbf{v}_2$,转移时间为 $t_f = t_2 - t_1$ 。根据 Lambert 定理,可以求解 a 。

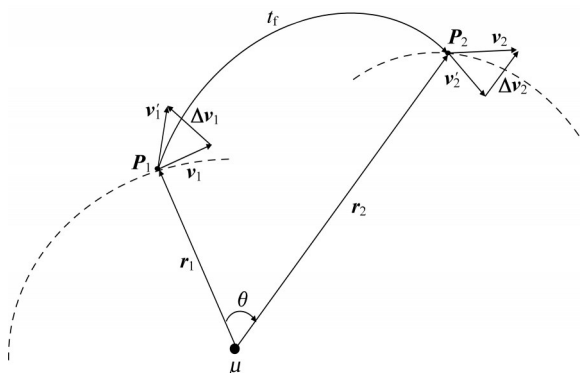


图 1 Lambert 转移

Fig.1 Schematic diagram of the Lambert transfer

进一步可得到椭圆轨道的半通径 p ,再由半通径 p 确定转移轨道初末 2 点 P_1 、 P_2 的速度 $\mathbf{v}'_1$ 、 $\mathbf{v}'_2$ 。由此计算转移所需的速度增量为

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}'_1 - \mathbf{v}_1 \\ \Delta \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}'_2 \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\Delta \mathbf{v}_1$ 为机动星在 t_1 时刻由原轨道进入转移轨道的速度增量; $\Delta \mathbf{v}_2$ 为机动卫星在 t_2 时刻由转移轨道进入目标星轨道的速度增量。

根据以上关系,建立 Lambert 交会方程:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{v}_1 = L_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{v}_1, t_f) \\ \Delta \mathbf{v}_2 = L_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2, t_f) \end{cases} \quad (9)$$

求解 Lambert 问题涉及超越方程,只能用迭代法求解^[17]。Lambert 转移的求解涉及超越方程,只能通过迭代方式求解,常用的迭代方法有 Gauss 迭代法和普适迭代法。Gauss 迭代法是 Gauss 在确定谷神星轨道的过程中提出来的经典方法,普适迭代法是 Battin 提出的一种对 3 类圆锥曲线的方法^[18]。当只考虑二体引力的情况下,求解高轨问题时轨道预报产生的误差较大。而现有的 Gauss 迭代法、Battin 方法等只能解决二体模型下的 Lambert 问题,无法处理摄动模型下的 Lambert 交会求解^[19]。

本文以 J2 项摄动模型为例,使用受摄 Lambert 问题的迭代求解算法,具体流程如图 2 所示。具体步骤如下:

步骤 1 给定转移时间 t ,由两星初始数据得出起始位置 R_1 、目标位置 R_{2_real} ,并赋值迭代目标位置

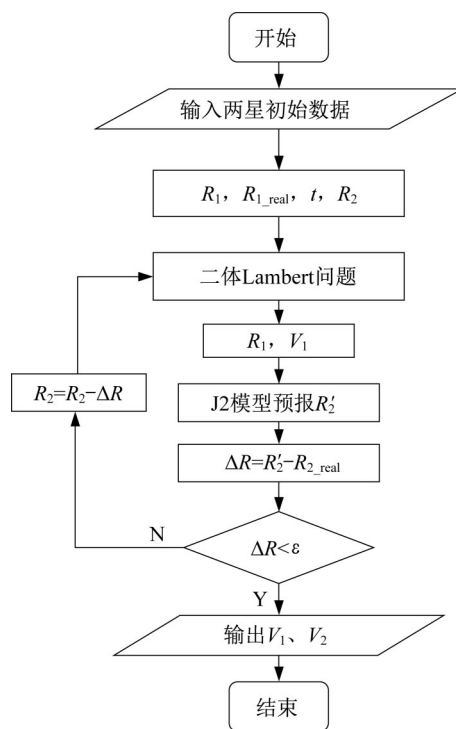


图 2 受摄模型的 Lambert 问题求解算法

Fig.2 Lambert solving algorithm for the perturbed model

R_2 以初值 $R_2 = R_{2_real}$;

步骤 2 以 Battin 方法求解二体 Lambert 问题,得到初始位置的速度 V_1 ;

步骤 3 将起始位置 R_1 和步骤 2 得出的初始位置速度 V_1 ,代入 J2 模型预报出转移时间 t 之后的卫星位置 R'_2 ;

步骤 4 由于 J2 项摄动的影响, t 时刻卫星实际位置与目标位置 R_{2_real} 存在偏差,求出终端脱靶量 $\Delta R = R'_2 - R_{2_real}$;

步骤 5 为了修正偏差,需要对二体 Lambert 问题中的目标位置进行修正,以 $R_2 = R_2 - \Delta R$ 作为下一次求解二体 Lambert 问题的目标位置。

重复步骤 1~5,直到 $|\Delta R| < \epsilon$ 时,输出转移轨道起始位置和目标位置的速度 V_1 、 V_2 。

2 基于 Pork-chop 图的单脉冲转移速度增量分析

2.1 Pork-chop 图

Pork-chop 图是一种搜索轨道转移窗口的经典方法,被广泛应用于深空任务的设计与规划,也可被借鉴用于高轨抵近任务的优化分析^[20]。最早由

SERGEYEVSKY 等^[21]提出 Pork-chop 图,通过给定预期的机动时间和到达时间,对时间组合进行离散网格化,再针对每个二维时间点求解 Lambert 问题得到对应的速度增量矩阵,即可绘出 Pork-chop 等高图。

Pork-chop 图可以直观地显示给定时间段内速度冲量大小的变化规律,展示不同出发抵达“时间对”之间的能量对比,为任务决策提供全局参考。速度增量 Δv 定义为机动前后速度矢量差的模:

$$\Delta v = |V_2 - V_1| \quad (10)$$

2.2 追踪星转移速度增量分析

对于处于理想地球静止轨道的 2 颗卫星来说,由于两星共轨,且相对位置始终保持不变,追踪星拦截目标星的速度增量不随出发时间变化。星下点地理经度相差 20° 的 2 个高轨卫星抵近的 Pork-chop 图如图 3 所示。

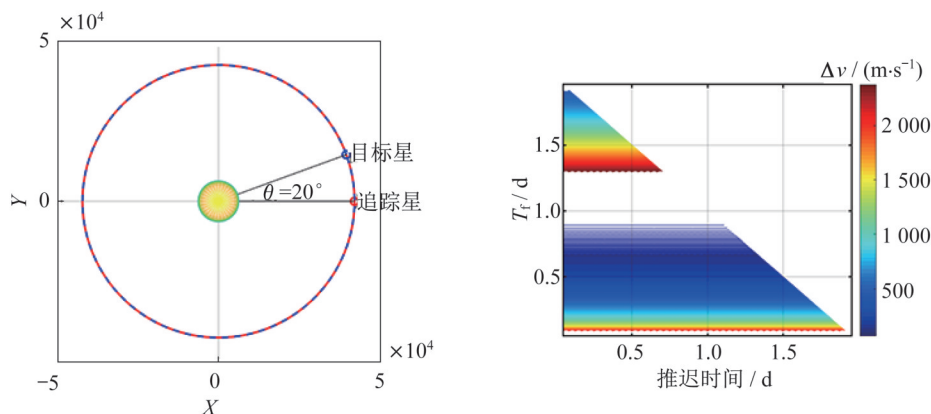


图 3 抵近理想 GEO 卫星的速度增量 Pork-chop 图

Fig.3 Pork-chop diagram of velocity increment when approaching the ideal GEO satellite

在图 3 中:左侧绘制地惯系轨道图,示意追踪星和目标星初始位置;右侧绘制 Pork-chop 图,横坐标为相对初始时刻的延迟出发时间,纵坐标为抵达目标位置的轨道转移时间;颜色条示意消耗速度脉冲的大小。图 4~图 7 解释同上。由图 3 分析可知,地球静止轨道卫星抵近速度增量的大小仅和转移时间相关,与机动时刻不相关。简单来说,在理想 GEO 上启动抵近任务,任意时刻的燃料消耗都等价。

然而,非合作目标卫星往往不位于理想 GEO,其偏心率 e 和轨道倾角 i 都会同静止轨道存在一定偏差。假设追踪星处于地球静止轨道,目标星处于定位点经度与追踪星相差 20° 的近地球同步轨道。以下分别选取了偏差为 $e=0.01$ 、 $e=0.05$ 、 $i=1^\circ$ 、 $i=10^\circ$ 等目标星轨道进行仿真分析,绘制时间约束为 2 d 的 Pork-chop 速度增量等高图,如图 4~图 7 所示。

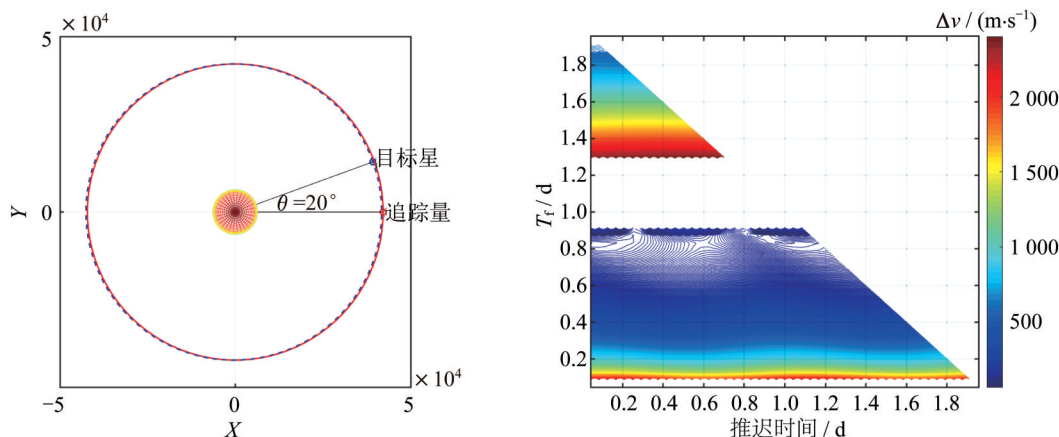


图 4 目标星 $e=0.01$ 的速度增量 Pork-chop 图

Fig.4 Pork-chop diagram of velocity increment when the eccentricity of the target satellite is 0.01

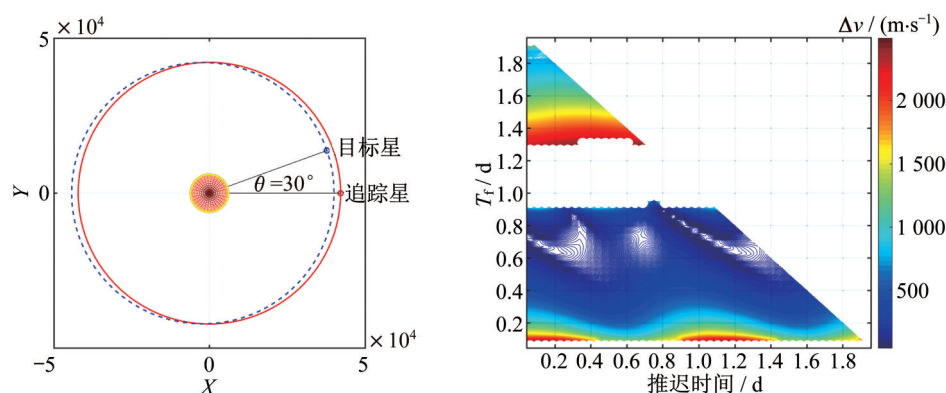
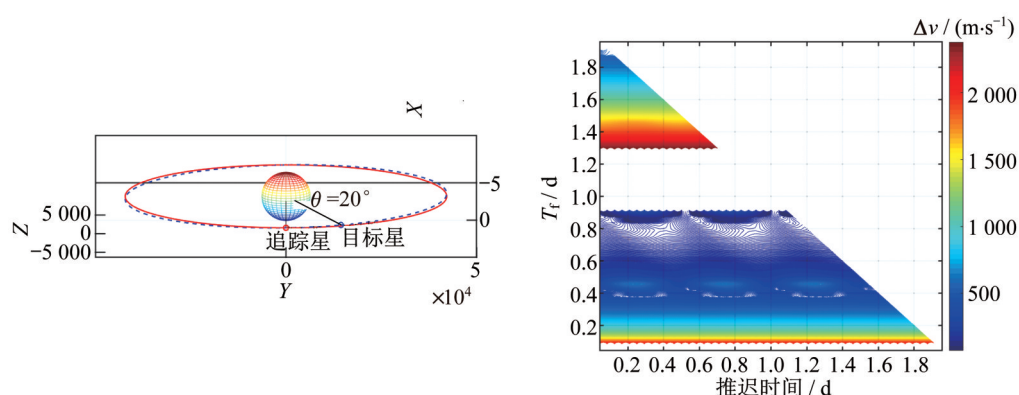
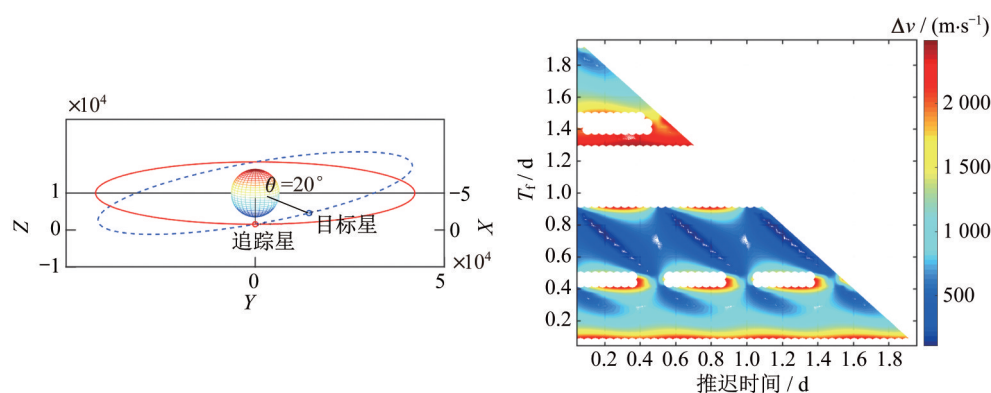
图 5 目标星 $e=0.05$ 的速度增量 Pork-chop 图

Fig.5 Pork-chop diagram of velocity increment when the eccentricity of the target satellite is 0.05

图 6 目标星轨道倾角为 1° 的速度增量 Pork-chop 图Fig.6 Pork-chop diagram of velocity increment when the orbit inclination of the target satellite is 1° 图 7 目标星轨道倾角为 10° 的速度增量 Pork-chop 图Fig.7 Pork-chop diagram of velocity increment when the orbit inclination of the target satellite is 10°

可见,当目标星轨道的偏心率或轨道倾角相对静止轨道存在偏差时,最优机动时刻周期性复现规律。该周期为 0.5 d ,即半个轨道周期。在执行高轨抵近任务时,由于不存在绝对理想的地球静止轨道卫星,任务时间约束内,追踪星何时机动,何时抵达最优,在时间上并不均匀。

3 多脉冲抵近优化设计

3.1 多脉冲抵近的数学模型

多脉冲抵近就是通过转移过程中多次点火施加速度脉冲的方式,使卫星从初始轨道上的一点转移到目标附近打靶点的抵近方式。本节以三脉

冲抵近为例进行建模,整个抵近过程如图 8 所示。

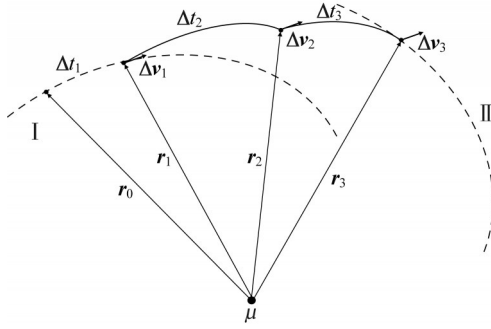


图 8 三脉冲抵近

Fig.8 Schematic diagram of triple-pulse proximity

假设追踪星位于初始轨道 I, 目标星位于其运行所在的轨道 II。任务起始时刻, 追踪星在地惯系下的空间位置为 r_0 。经 Δt_1 的无动力滑行, 至空间位置 r_1 , 第一次点火施加速度脉冲 Δv_1 。经 Δt_2 的无动力滑行, 至空间位置 r_2 , 第二次点火施加速度脉冲 Δv_2 。再经 Δt_3 的无动力滑行, 至目标星附近打靶点位置 r_3 , 实现抵近。最终通过第三次点火施加速度脉冲 Δv_3 , 进入目标轨道。定义首次速度脉冲 Δv_1 为起漂脉冲, 末端速度脉冲 Δv_3 为刹车脉冲, 首末之间的速度脉冲 Δv_2 为中间脉冲。已知 I、II 轨道参数、任务起始时间和目标附近打靶点, 当确定了 Δt_1 、 Δt_2 、 Δt_3 , 由于卫星按照式(2)在空间中运行, r_0 、 r_1 、 r_3 可通过轨道积分确定。当确定了中间脉冲点 r_2 , 通过 2.3 节方法求解 Lambert 问题可得出脉冲 Δv_1 、 Δv_2 。根据给出的目标附近打靶点参数可求出脉冲 Δv_3 。故三脉冲抵近要确定的独立变量有 3 个滑行时间以及 1 个 3 自由度的中间脉冲点坐标, 共 6 个独立变量。

基于以上分析推广, 对于给定目标附近打靶点的 n 脉冲转移问题, 转移过程中包含 1 个起漂脉冲 Δv_1 , $n-2$ 个中间脉冲 $\Delta v_2, \Delta v_3, \dots, \Delta v_{n-1}$, 以及 1 个刹车脉冲 Δv_n 。故 n 脉冲抵近要确定的独立变量有 n 个漂移时间 $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$ 以及 $n-2$ 个 3 自由度中间脉冲点坐标 $r_2, r_3, \dots, r_{n-1}$, 共 $4n-6$ 个独立变量。

然而, 考虑到 3 自由度中间脉冲点坐标搜索区间范围过于庞大, 导致模型的优化求解难以收敛。本文提出虚拟 Lambert 滑行拼接的方法解决该问题。以三脉冲转移为例, 寻中间脉冲点时, 首先求解漂脉冲位置和刹车脉冲位置在 $\Delta t_2 + \Delta t_3$ 时间区间内的 Lambert 问题, 虚拟递推该轨道, 并在时刻 Δt_2 处取点, 作半径为 ΔR 的中间脉冲点寻优域。如此便将中间脉

冲点范围很大的地惯系坐标 $r_2, r_3, \dots, r_{n-1}$, 转换为范围较小的相对坐标 $\Delta r_2, \Delta r_3, \dots, \Delta r_{n-1}$, 有利于优化算法收敛。中间脉冲点寻优域如图 9 所示。

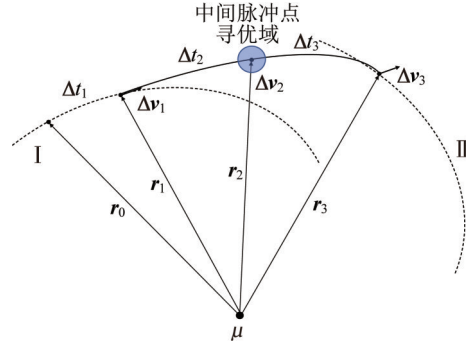


图 9 中间脉冲点寻优域

Fig.9 Schematic diagram of the optimizing domain for the middle pulse point

3.2 约束条件与性能指标

高轨卫星抵近任务中要考虑以下各种约束。

3.2.1 运动状态约束

追踪星在脉冲位置之间按照式(2)运行。以 y 为追踪星状态矢量(3 个位置量和 3 个速度量), 将式(2)表示 $\Phi(y, t)$, 则在脉冲点(包括初始位置和抵近打靶点)之间的运动状态约束可表示为

$$\dot{y} = \Phi(y, t) \quad (11)$$

3.2.2 时间约束

假设任务从起始时刻开始, 必须在时间约束 $\Delta t_{\max}$ 内完成抵近。每次施加速度脉冲后的漂移时间(包括起漂脉冲前的等待时间)满足约束:

$$\Delta t_i > 0 (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

$$\Delta t_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \leq \Delta t_{\max} \quad (13)$$

3.2.3 能量约束

追踪星携带燃料有限, 假设一次抵近任务所能耗费的最高速度脉冲为 $\Delta v_{\max}$, 则抵近过程中施加的速度脉冲满足约束:

$$\Delta v_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^n \|\Delta v_i\| \leq \Delta v_{\max} \quad (14)$$

3.2.4 性能指标

以能量消耗最小作为性能指标, 表示为

$$J = \min(\Delta v_{\text{tot}}) \quad (15)$$

综合以上约束, 多脉冲抵近轨迹优化设计的数学模型表示为

$$J = \min(\Delta v_{\text{tot}}) \quad (16)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \Delta t_i > 0, i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \Delta t_i \leq \Delta t_{\max} \\ \sum_{i=1}^n \|\Delta \mathbf{v}_i\| \leq \Delta v_{\max} \end{cases} \quad (17)$$

3.3 差分进化算法(DE)

DE^[22]由 Storn 和 Price 于 1995 年首次提出,主要用于求解实数优化问题。该算法是一类基于群体的自适应全局优化算法,属于演化算法的一种,具有结构简单、容易实现、收敛快速、鲁棒性强等特点^[23]。DE 的基本思想如下:从一个随机生成的初始种群开始,将种群中任意 2 个个体的向量差加上第 3 个个体的和生成新的个体,然后将这个新的个体与种群中相应的当代个体相比较,如果新个体的适应度优于当前个体的适应度,则是在下一代个体中取新替换旧,或仍保持旧个体。通过不断的进化,可以保留好的个体,淘汰差的个体,引导搜索接近最优解^[24]。其具体进化步骤如下:

步骤 1 首先确定 DE 的控制参数,确定其适应度函数。DE 控制参数主要包括:种群大小 N_p 、缩放因子 F 与交叉概率 C_r ;

步骤 2 随机产生初始种群;

步骤 3 根据适应度函数对初始种群进行评价,计算种群中个体的适应度函数值;

步骤 4 判断终止条件或进化代数是否达到最大,若是则停止进化搜索,将搜索到的最佳个体作为最优解进行输出,若否则继续进化;

步骤 5 进行变异和交叉操作,得到中间种群;

步骤 6 在原种群和中间种群中选择个体,得到新一代种群;

步骤 7 进化代数 $g = g + 1$,转步骤 4。

在 DE 的主要控制参数中,种群规模 N_p 在算法中主要反映了种群信息的大小。 N_p 值越大,种群信息越丰富。但结果会使计算量变大,不利于求解。相反,种群多样性是有限的,这不利于算法获得全局最优解,甚至导致搜索停滞。交叉概率 C_r 主要反映后代与父代之间以及交叉过程中中间变异个体之间的信息交换量。 C_r 值越大,信息交换程度越高。相反,如果 C_r 值过小,种群多样性会迅速下降,不利于整体优化。与 C_r 相比,缩放因子 F 对算法性

能的影响更大, F 主要影响算法的全局优化能力。 F 越小,算法的局部搜索能力越好^[25]。

4 仿真算例

假设任务起始时间为 UTC 时 2021 年 4 月 1 日 12:00:00.000,追踪星和目标星都处于近地球静止轨道。任务初始时刻,追踪星和目标星的瞬时轨道根数如下:

$$\begin{bmatrix} a, e, i, \Omega, \omega, f \end{bmatrix} = \begin{cases} [42\,144 \text{ km}, 0.000\,1, 0.001^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ] \\ [42\,164 \text{ km}, 0.000\,2, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 5^\circ] \end{cases} \quad (18)$$

式中: ω 为近地点幅角; Ω 为升交点赤经; f 为真近点角。

不考虑入轨相对构型,假设以目标星位置作为打靶点,目标星轨道作为打靶轨道,分别对不同时间约束下的双脉冲抵近、三脉冲抵近和四脉冲抵近进行轨道优化求解。设置 DE 的种群规模 $N_p = 12$,缩放因子 $C_r = 0.85$,交叉概率 $F = 0.85$ 。设置最大迭代次数为 100,并对每组输入数据进行 5 组优化计算实验。当任务时间约束分别为 12、24、48 h 时,仿真结果见表 1~表 3。24 h 时间约束下的双脉冲抵近、三脉冲抵近和四脉冲抵近的轨迹图如图 10~图 12 所示。

表 1 12 h 约束的仿真数据

Tab.1 Simulation data under the 12 h constraint

序号	双脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	三脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	四脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	128.661 4	128.661 4	129.390 0
2	128.661 3	128.662 1	129.899 7
3	128.661 3	128.661 5	130.228 4
4	128.661 4	128.661 4	129.116 4
5	128.661 3	128.661 6	129.371 5

表 2 24 h 约束的仿真数据

Tab.2 Simulation data under the 24 h constraint

序号	双脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	三脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	四脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	29.799 2	28.782 3	29.291 9
2	29.799 4	28.782 4	28.791 4
3	29.799 3	29.215 9	29.255 8
4	29.799 2	29.220 7	28.808 6
5	29.799 2	28.782 4	28.879 6

表 3 48 h 约束的仿真数据

Tab.3 Simulation data under the 48 h constraint			
序号	双脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	三脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	四脉冲总冲量/ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	28.781 3	27.381 9	27.459 1
2	28.395 3	27.381 9	29.660 5
3	28.395 3	27.381 9	29.660 5
4	28.395 3	27.593 7	28.147 1
5	28.781 2	27.529 5	27.899 2

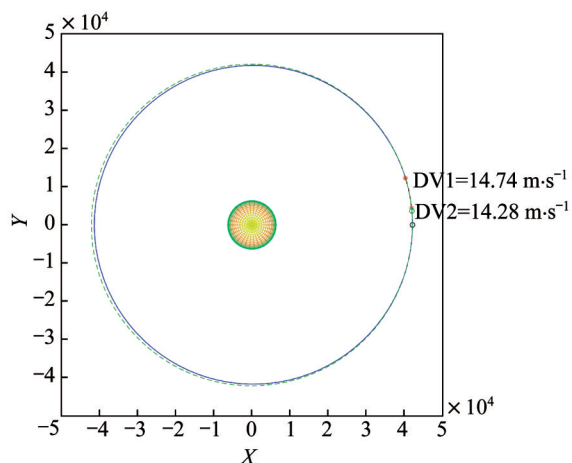


图 10 24 h 约束下双脉冲抵近优化算例

Fig.10 Schematic diagram of the dual-pulse proximity optimization example under the 24 h constraint

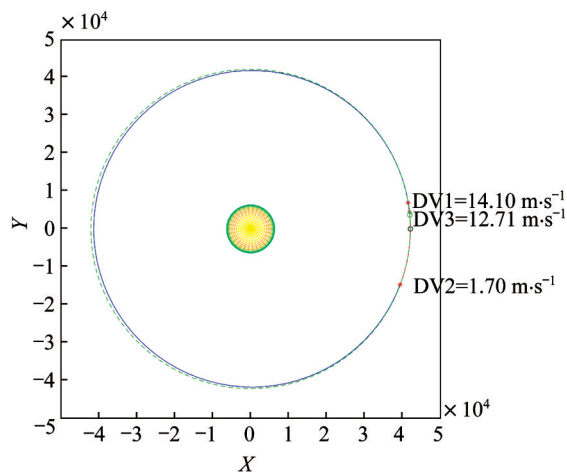


图 11 24 h 约束下三脉冲抵近优化算例

Fig.11 Schematic diagram of the triple-pulse proximity optimization example under the 24 h constraint

图 10~图 12 中标注的 DV1、DV2、DV3 和 DV4 分别指第 1 次脉冲大小、第 2 次脉冲大小、第 3 次脉冲大小和第 4 次脉冲大小,对应红色星号示意施加脉冲的位置。

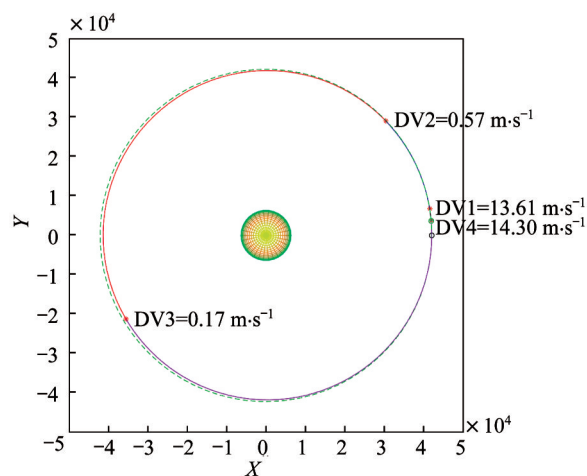


图 12 24 h 约束下四脉冲抵近优化算例

Fig.12 Schematic diagram of the quadruple-pulse proximity optimization example under the 24 h constraint

由以上算例可以总结出:1) 延长任务约束时间可以有效降低总冲量;2) 三种脉冲次数的转移方式的优化结果,耗费总冲量相差较小;3) 在中短期抵近任务中,双脉冲转移由于独立变量少所以最优解稳定易得,四脉冲转移优化收敛性较差,而三脉冲转移优化效果相对较好。

5 结束语

本文对高轨卫星远程抵近问题建立了数学模型,使用 Pork-chop 图探讨了非理想地球静止轨道偏心率和轨道倾角偏差对拦截速度增量的影响,分析了任务时间约束内远程抵近轨道最优解的分布规律。给出多脉冲抵近问题涉及的独立变量、约束条件和目标函数,建立了多脉冲抵近轨道优化设计的数学模型。最后使用 DE,通过多组算例对该问题进行优化求解,得出三脉冲抵近方案在中短期任务中优化效果相对较好的结论。

参考文献

- [1] 周新耀,陶勇鹏,曾亮,等.空间轨道交会非线性优化方法研究[J].上海航天,2018,35(1):54-58.
- [2] 曾光,王露莎,李栋林.多冲量轨道交会问题算法研究[J].航天器工程,2021,30(1):23-30.
- [3] 李生猛,朱战霞.基于 Lambert 理论的多脉冲快速轨道交会研究[J].计算机仿真,2009,26(11):80-83.
- [4] 罗亚中.空间最优交会路径规划策略研究[D].长沙:国防科学技术大学,2007.
- [5] 罗亚中,张进,李海阳,等.空间交会调相轨道设计和变

- 轨规划研究评述[J]. 载人航天, 2009, 15(1): 19-24.
- [6] LAW DEN D F. Optimal trajectory for space navigation [M]. London: Butterworths, 1963.
- [7] LION P M, HANDELSMAN M. Primer vector on fixed-time impulse trajectories [J]. AIAA Journal, 1968, 6(1): 127-132.
- [8] 杨俊. 基于改进遗传算法的多脉冲交会轨道优化研究[J]. 计算机仿真, 2012, 29(5): 94-97.
- [9] 戴光明, 李晖. DE 算法在空间交会中的应用[J]. 上海航天, 2007(3): 46-49.
- [10] 周军, 常燕. 考虑地球扁率 J2 摄动影响的异面椭圆轨道多冲量最优交会[J]. 宇航学报, 2008(2): 472-475.
- [11] 王华, 唐国金. 用非线性规划求解有限推力最优交会[J]. 国防科技大学学报, 2003(5): 9-13.
- [12] 王石, 祝开建, 戴金海, 等. 用 EA 求解非固定时间轨道转移和拦截问题[J]. 国防科技大学学报, 2001(5): 1-4.
- [13] 王国梁. 空间拦截轨道的优化设计与控制[D]. 北京: 中国科学院研究生院(空间科学与应用研究中心), 2010.
- [14] 李栋林, 黄福铭. 基于 Lambert 问题的精确拦截与交会策略研究[J]. 飞行力学, 2008(2): 57-59.
- [15] 徐利民, 张涛, 陶佳伟. 能量最优与燃料最优 Lambert 交会问题[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(9): 1888-1893.
- [16] 国志磊. 基于引力辅助的深空探测轨道设计与优化研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2015.
- [17] 张世杰, 聂涛, 赵亚飞, 等. 基于解析梯度的经典 Lambert 问题迭代求解方法[J]. 宇航学报, 2016, 37(3): 316-324.
- [18] RUSSELL R P. On the solution to every Lambert problem [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2019, 131(11): 6-7.
- [19] 张锦绣, 曹喜滨, 张刘, 等. J2 项摄动下的 Lambert 问题算法研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(5): 6-9.
- [20] 张博戎. 附加机动的深空探测引力辅助轨道优化技术研究[D]. 北京: 中国运载火箭技术研究院, 2020.
- [21] GEORGE L E, KOS L D. Interplanetary mission design handbook [EB/OL]. (2010-10-05) [2021-11-01]. <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20100037210/downloads/20100037210.pdf>.
- [22] RAINER S, KENNETH P. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [23] 丁青锋, 尹晓宇. 差分进化算法综述[J]. 智能系统学报, 2017, 12(4): 431-442.
- [24] 王培崇, 钱旭, 王月, 等. 差分进化计算研究综述[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(28): 13-16.
- [25] 杨振宇, 唐珂. 差分进化算法参数控制与适应策略综述[J]. 智能系统学报, 2011, 6(5): 415-423.

(上接第 14 页)

- [8] ZHOU Y, YAN Y, HUANG X, et al. Optimal scheduling of multiple geosynchronous satellites refueling based on a hybrid particle swarm optimizer[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 47: 125-134.
- [9] ZHANG T, YANG Y, WANG B, et al. Optimal scheduling for location geosynchronous satellites refueling problem [J]. Acta Astronautica, 2019, 163: 264-271.
- [10] CHEN X, YU J. Optimal mission planning of GEO on-orbit refueling in mixed strategy [J]. Acta Astronautica, 2017, 133: 63-72.
- [11] DU B, ZHAO Y, DUTTA A, et al. Optimal scheduling of multispacecraft refueling based on cooperative maneuver [J]. Advances in Space Research, 2015, 55(12): 2808-2819.
- [12] LI H, BAOYIN H. Optimization of multiple debris removal missions using an evolving elitist club algorithm [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 56(1): 773-784.
- [13] BANIAMERIAN A, BASHIRI M, TAVAKKOLI-MOGHADDAM R. Modified variable neighborhood search and genetic algorithm for profitable heterogeneous vehicle routing problem with cross-docking [J]. Applied Soft Computing, 2019, 75: 441-460.
- [14] SHAW P. Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems [C]// International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming. Berlin, Heidelberg: Springer, 1998: 417-431.
- [15] ROPKE S, PISINGER D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows [J]. Transportation Science, 2006, 40(4): 455-472.