

基于高斯过程的航天器自适应滑模姿态控制

赵玉新,何永旭,徐 庚,陈力恒

(哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对存在模型不确定性和外界干扰的刚性航天器,提出了一种基于高斯过程回归(GPR)的新型自适应滑模姿态控制算法。该算法具有自学习能力,在不同的姿态控制任务下都能够实现高精度、强鲁棒和高效率的姿态跟踪。首先,在航天器的四元数标称系统动态模型基础上,应用在线稀疏高斯过程回归(SOGP)方法学习系统的未知动态;其次,结合高斯过程的预测均值设计滑模控制算法,利用高斯过程的预测方差自适应调节控制增益,并应用李雅普诺夫方法严格证明闭环系统的稳定性,保证了航天器姿态跟踪误差的渐进收敛性;最后,通过数值仿真验证了所设计控制器的有效性。结果表明,该自学习控制算法与自适应滑模控制(ASMC)与神经网络自适应控制等算法相比,具有更快的收敛速度、更高的跟踪精度以及更低的控制成本。

关键词: 姿态跟踪; 四元数; 高斯过程回归; 自适应控制; 滑模控制

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2022.04.010

Adaptive Sliding Mode Attitude Control of Spacecrafts Based on Gaussian Processes

ZHAO Yuxin, HE Yongxu, XU Geng, CHEN Liheng

(College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

Abstract: A novel adaptive sliding mode attitude control algorithm based on Gaussian process regression (GPR) is proposed for rigid spacecrafts with model uncertainties and external disturbances. The proposed algorithm has the ability of self-learning, and can always achieve attitude tracking with high accuracy, robustness, and efficiency under different attitude control tasks. First, the sparse online Gaussian process (SOGP) technique is used to learn the system unknown dynamics based on the quaternion nominal dynamic model for spacecrafts, and an SOGP technique is applied to learn the system unknown dynamics. Second, a sliding mode control algorithm is designed by using the predicted means of GPs, and the control gain is adapted based on the predicted variances. Moreover, the stability of the closed-loop system is proved by using the Lyapunov approach, which guarantees the asymptotic convergence of the attitude tracking error. Finally, the effectiveness of the designed controller is verified by numerical simulation. The results show that the proposed self-learning controller has faster convergence speed, higher tracking accuracy, and lower energy cost than the adaptive sliding mode control (ASMC) and neural network adaptive control algorithms.

Key words: attitude tracking; quaternion; Gaussian process regression; adaptive control; sliding mode control

0 引言

高精度的姿态控制是航天器成功执行巡逻、编队飞行与交会对接等任务的关键^[1-3]。然而,航天器的转动惯量不确定性、外界干扰力矩以及其姿态动力学的高度非线性与强耦合性都为高精度姿态控

制带来一定的难度。因此,研究存在模型不确定性和外界干扰的航天器姿态控制具有重要的实际意义。

针对航天器存在不确定性时的姿态控制问题已提出了许多非线性控制算法,如滑模控制^[4]、反步

收稿日期:2022-04-26; 修回日期:2022-06-13

基金项目:国家自然科学基金(61903098)

作者简介:赵玉新(1980—),男,博士,教授,主要研究方向为水下导航技术及应用、智能控制与决策。

通信作者:何永旭(1993—),女,博士研究生,主要研究方向为非线性系统控制、智能控制与决策。

法控制^[5]与自适应控制^[6]等。这些传统的控制算法虽然通过采用观测器或自适应算法补偿不确定性的方式提高了姿态控制的性能,但缺乏自学习的能力,在姿态跟踪任务发生变化时,若不人为调整控制参数,姿态控制的性能可能会大大降低^[7]。近年来,学者们将强化学习、神经网络等机器学习方法与传统的控制算法结合,通过充分利用航天器的观测数据来有效提高姿态控制的自学习能力。文献[7]设计了基于强化学习的滑模控制算法,保证了航天器在跟踪任务变化时的控制性能。但该算法需要采集离线观测数据以确保控制参数学习的速度,增加了算法的实际应用难度。文献[8]将切比雪夫神经网络与终端滑模控制相结合,解决了航天器存在不确定性时的有限时间姿态跟踪控制问题。文献[9]设计了基于径向基神经网络的滑模控制算法,扩大了神经网络的有效作用区域,从而保证了航天器对于未知干扰的鲁棒性。由于神经网络是一种确定性的机器学习方法,难以直接评估不确定性的预测可靠性,所以神经网络控制算法通常需要采用较高的反馈增益来避免不确定性的预测误差对闭环系统控制性能的影响,使得这类算法的控制成本较高。

高斯过程回归(Gaussian Process Regression, GPR)是一种基于概率的机器学习方法,具有严格的统计学理论基础,能够有效处理高维度、小样本和非线性的复杂函数建模问题^[10]。GPR方法利用高斯过程(Gaussian Process, GP)描述未知函数的分布情况,并可基于输入输出数据对函数值进行预测。GP模型为非参数模型,能够有效处理数据的观测噪声,并且其预测的可靠性可由方差信息评估^[11]。因此,GPR方法也可与传统的控制算法相结合来提高不确定非线性系统的控制性能和自学习能力。文献[12]设计了基于GPR的计算力矩控制算法,通过提高不确定性的补偿精度,有效地降低了反馈控制增益,从而提高了控制效率。该方法虽然通过引入GP模型的预测方差降低了控制成本,但需要离线采集大量的训练数据以保证GP模型的有效性,所以算法的实际应用性不强。文献[13]将在线GPR方法与模型参考自适应控制相结合,避免了传统自适应控制中有关输入信号持续激励的约束。该方法对于模型不确定性的鲁棒性较强,但难以保证外界干扰存在时的跟踪控制性能。

针对具有模型不确定性且受外界干扰影响的航天器,提出了一种基于GPR的自适应滑模控制(Adaptive Sliding Mode Control, ASMC)算法,以保证不同姿态控制任务下都能够实现高精度、强鲁棒和高效率的姿态跟踪。首先,根据系统的观测数据,基于GPR方法学习不确定性的映射,从而利用GP模型的预测均值实现精准的动态补偿。然后,结合GP模型设计ASMC算法,利用预测方差主动调节反馈增益以及控制参数自适应律的更新速度,使得控制参数可根据不确定性的预测可靠程度进行自整定。最后,利用李雅普诺夫方法证明航天器的姿态与角速度跟踪误差在任意概率下都能够全局渐进收敛。通过与ASMC和神经网络滑模控制方法的仿真结果对比说明,所提出的自学习控制算法对于不同的姿态控制任务都具有更快的收敛速度、更高的跟踪精度以及更低的控制成本。

文中: \mathbf{R} 为实数集; \mathbf{I}_n 为 $n \times n$ 的单位矩阵; $\text{diag}\{\cdot\}$ 为对角矩阵; $\|\cdot\|$ 为向量的欧式范数。

1 问题描述

本文主要针对全驱动的刚性航天器研究姿态跟踪控制问题。首先,基于四元数^[14]描述航天器的姿态微分方程。令 $\mathbf{q}=[q_0, \mathbf{q}_v^T]^T \in \Omega^q \subset \mathbf{R}^4$ 为航天器载体坐标系 \mathcal{F}_b 相对于惯性坐标系 \mathcal{F}_i 的四元数,其中, $q_0, \mathbf{q}_v=[q_1, q_2, q_3]^T \in \mathbf{R}^3$ 分别为四元数的标量与矢量部分,闭集 Ω^q 为所有可能姿态的集合。航天器姿态运动学和动力学模型^[15]可表示为

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\omega} \quad (1)$$

$$\mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}} = -(\boldsymbol{\omega} \times) \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{E}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\mathbf{q}_v^T \\ q_0 \mathbf{I}_3 + (\mathbf{q}_v \times) \end{bmatrix}$ 。

$\boldsymbol{\omega} \in \Omega^\omega \subset \mathbf{R}^3$ 为 \mathcal{F}_b 相对于 \mathcal{F}_i 的角速度在航天器的期望载体坐标系 \mathcal{F}_d 上的投影, Ω^ω 为闭集; $\boldsymbol{\omega} \times$ 为向量 $\boldsymbol{\omega}$ 的叉乘矩阵; $\mathbf{J} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为航天器的惯性矩阵; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^3$ 为作用在航天器上的控制力矩; $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^3$ 为航天器受地球重力梯度力矩等外部因素影响而产生的干扰力矩。

$\mathbf{q}_d = [q_{d0}, \mathbf{q}_{dv}^T]^T \in \mathbf{R}^4$ 为 \mathcal{F}_d 相对于 \mathcal{F}_i 的四元数, $\boldsymbol{\omega}_d \in \mathbf{R}^3$ 为 \mathcal{F}_d 相对于 \mathcal{F}_i 的角速度在 \mathcal{F}_d 上的投影,则航天器的姿态跟踪误差 \mathbf{q}_e 与角速度跟踪误差 $\boldsymbol{\omega}_e$ 可分别表示为^[16]

$$\begin{cases} \boldsymbol{q}_e = \boldsymbol{q}_d^* \circ \boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} q_{d0}q_0 + \boldsymbol{q}_{dv}^T \boldsymbol{q}_v \\ q_{d0}\boldsymbol{q}_v - q_0\boldsymbol{q}_{dv} - (\boldsymbol{q}_{dv} \times) \boldsymbol{q}_v \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_e)\boldsymbol{\omega}_d \end{cases} \quad (3)$$

式中:姿态误差 $\boldsymbol{q}_e = [q_{e0}, \boldsymbol{q}_{ev}^T]^T \in \mathbb{R}^4$; $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_e) \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}$

为从 \mathcal{F}_d 到 \mathcal{F}_b 的方向余弦矩阵,其表达式为

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_e) = (q_{e0}^2 - \boldsymbol{q}_{ev}^T \boldsymbol{q}_{ev}) \boldsymbol{I}_3 + 2\boldsymbol{q}_{ev} \boldsymbol{q}_{ev}^T - 2q_{e0}(\boldsymbol{q}_{ev} \times) \quad (4)$$

那么,航天器的姿态跟踪误差运动学与动力学模型可表示为^[14]

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{q}}_e &= \frac{1}{2} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{q}_e) \boldsymbol{\omega}_e \\ \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_e + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}_d, \boldsymbol{q}_e) &= \boldsymbol{u} + \boldsymbol{d} \end{aligned} \quad (5)$$

式中:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}_d, \boldsymbol{q}_e) &= (\boldsymbol{\omega} \times) \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\omega}_e \times) \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_e) \boldsymbol{\omega}_d + \\ &\quad \boldsymbol{J} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_e) \dot{\boldsymbol{\omega}}_d \end{aligned} \quad (6)$$

考虑到航天器的转动惯量存在不确定性,惯性矩阵可表示为 $\boldsymbol{J} = \hat{\boldsymbol{J}} + \Delta \boldsymbol{J}$, 其中 $\hat{\boldsymbol{J}}$ 为标称惯性矩阵, $\Delta \boldsymbol{J}$ 为惯性矩阵的不确定性部分。由于实际惯性矩阵 \boldsymbol{J} 为正定的对称矩阵,所以可假设 $\hat{\boldsymbol{J}}$ 与 $\Delta \boldsymbol{J}$ 也具有正定性和对称性。根据姿态动力学方程(1),航天器系统的总不确定性可表示为

$$\boldsymbol{f}_\Delta(\boldsymbol{\xi}) = \Delta \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} + (\boldsymbol{\omega} \times) \Delta \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{d} \in \mathbb{R}^3 \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\xi} = [\boldsymbol{\omega}^T, \dot{\boldsymbol{\omega}}^T]^T \in \Omega^\xi \subset \mathbb{R}^6$, Ω^ξ 为闭集。由式(1)与式(7)可以看出,在 t_n 时刻的不确定性 $\boldsymbol{f}_\Delta(\boldsymbol{\xi}(t_n))$ 可由该时刻的给定控制力矩 $\boldsymbol{u}(t_n)$ 与状态量测 $\hat{\boldsymbol{\xi}}(t_n)$ 得到,即

$$\boldsymbol{y}_\Delta(t_n) = \boldsymbol{u}(t_n) - \hat{\boldsymbol{J}} \dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}(t_n) - (\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}(t_n) \times) \hat{\boldsymbol{J}} \hat{\boldsymbol{\omega}}(t_n) \quad (8)$$

式中: $t_n \geq 0, n \in \{0, 1, \dots, N\}$, 时刻 $t_0 = 0$ s, 时刻 t_N 为航天器运行的终止时刻。考虑到量测 $\hat{\boldsymbol{\xi}}(t_n)$ 可能含有噪声,所以假设 $\boldsymbol{y}_\Delta(t_n) = \boldsymbol{f}_\Delta(\boldsymbol{\xi}(t_n)) + \boldsymbol{\varepsilon}(t_n)$, 其中 $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3]^T$ 为高斯噪声且 $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$, $i \in \{1, 2, 3\}$, \mathcal{N} 为高斯分布。航天器运行至 t_n 时刻,采集到不确定性相关的数据集为 $\mathcal{D}_n = \{\boldsymbol{\xi}_i, \boldsymbol{y}_{\Delta i}\}_{i=0}^{n-1}$, 其中 $\boldsymbol{\xi}_i = \boldsymbol{\xi}(t_i), \boldsymbol{y}_{\Delta i} = \boldsymbol{y}_\Delta(t_i)$ 。利用该数据集学习和预测未知动态,以实现精准的动态补偿,为高精度的姿态跟踪控制奠定基础。

假设航天器的姿态 \boldsymbol{q} 与角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 可由适当的传感器量测得到,角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 的量测可通过 $\boldsymbol{\omega}$ 量测数据的差分得到。考虑航天器存在模型不确定性与未知外界干扰的情况下,利用过去时刻的量测数据,设计一个具有自学习能力的姿态跟踪控制算法 \boldsymbol{u} , 使得航天器的姿态 $\boldsymbol{q}(t)$ 可以跟踪给定的姿态轨

迹 $\boldsymbol{q}_d(t)$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{q}_e(t) = 0$ 对于任意 $\boldsymbol{q}(0) \in \Omega^q$ 都成立。

2 控制器设计

2.1 基于 GPR 的不确定性学习与预测

不失一般性,假设系统不确定性(7)中各分量相互独立,则可利用3个独立的GP描述不确定性映射。令 $\hat{\boldsymbol{f}}_\Delta = [\hat{f}_{\Delta 1}, \hat{f}_{\Delta 2}, \hat{f}_{\Delta 3}]^T$ 为 $\boldsymbol{f}_\Delta(\cdot)$ 相应的GP模型,其中

$$\hat{f}_{\Delta i} \sim \text{GP}(m_i(\boldsymbol{\xi}), k_i(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}')), \quad \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad (9)$$

式中: $m_i(\boldsymbol{\xi})$ 为先验均值函数; $k_i(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}')$ 为协方差函数; GP(\cdot) 为高斯过程模型。令 $m_i(\boldsymbol{\xi}) = 0$ 以表示对不确定性无先验知识。另外,选取GP模型的协方差函数为平方指数协方差,即

$$k_i(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}') = \sigma_{\beta_i}^2 \exp\left(\sum_{j=1}^6 \frac{(\xi_j - \xi'_j)^2}{-2l_{ij}^2}\right) \quad (10)$$

该核函数能够一致逼近任意紧集上的连续函数,且具有无穷可导和有界性^[10]。所以,当超参数 $\varphi_i = \{\sigma_{\beta_i}, \sigma_n, l_{ij}\}, j \in \{1, 2, \dots, 6\}$ 选取合适时,基于平方指数协方差的GP模型能够描述几乎所有的连续函数。 φ_i 可基于经验给定,或根据离线获取的观测数据利用极大边缘似然等优化方法获得。

在给出不确定性的先验GP模型(9)后,可根据 t_n 时刻航天器的观测数据集 \mathcal{D}_n , 基于GPR方法预测新输入点 $\boldsymbol{\xi}^*$ 处系统不确定性的概率分布,即

$$\hat{\boldsymbol{f}}_\Delta^n(\boldsymbol{\xi}^*) \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*), \text{var}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*)) \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\mu}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*), \text{var}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*)$ 分别为 t_n 时刻的预测均值与预测方差,可由下式计算

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*) &= (\boldsymbol{\alpha}_i^n)^T \boldsymbol{k}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*) \\ \text{var}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*) &= \boldsymbol{k}_i^*(\boldsymbol{\xi}^*) - (\boldsymbol{k}_i^n)^T \boldsymbol{C}_i^n \boldsymbol{k}_i^n \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $\boldsymbol{k}_i^*(\boldsymbol{\xi}^*) = \boldsymbol{k}_i(\boldsymbol{\xi}^*, \boldsymbol{\xi}^*)$; 向量 $\boldsymbol{k}_i^n(\boldsymbol{\xi}^*) \in \mathbb{R}^n$, 其第 j 项元素为 $k_i(\boldsymbol{\xi}_j, \boldsymbol{\xi}^*)$; 矩阵 $\boldsymbol{C}_i^n = (\boldsymbol{K}_i^n + \sigma_n^2 \boldsymbol{I}_n)^{-1}$; 矩阵 $\boldsymbol{K}_i^n \subset \mathbb{R}^{n \times n}$, 其第 jk 项元素为 $k_i(\boldsymbol{\xi}_j, \boldsymbol{\xi}_k)$; 向量 $\boldsymbol{\alpha}_i^n = \boldsymbol{C}_i^n \boldsymbol{y}_i^n$; 向量 $\boldsymbol{y}_i^n \in \mathbb{R}^n$, 其第 j 项元素为 $y_{\Delta j}$ 。注:为了简便表示,将在不必要的时候忽略代表分量的下标 i , 并将表示数据集样本数的上标变为下标,例如利用 $\boldsymbol{\mu}_n$ 表示 $\boldsymbol{\mu}_i^n$, 其余符号同理。

由于 \boldsymbol{K}_n 的维数会随着 \mathcal{D}_n 样本数量的增多而增大,所以 \boldsymbol{C}_n 中的逆运算复杂度也会随着时间推移而

增加。因此,基于式(12)的常规 GPR 方法并不适用于在线预测的情况。本文采用在线稀疏高斯过程回归(Sparse Online Gaussian Process, SOGP)算法^[17]进行系统不确定性的在线学习与预测。该方法仅利用具有代表性的数据进行预测,能够在保证预测精度的同时提高计算效率。SOGP 方法给出了一个独立性指标:

$$\gamma_{n+1}(\xi_{n+1}) = k^*(\xi_{n+1}) - \frac{(k_n(\xi_{n+1}))^T K_n^{-1} k_n(\xi_{n+1})}{k_n(\xi_{n+1})} \quad (13)$$

来判断 t_{n+1} 时刻量测获得的数据 $(\xi_{n+1}, y_{\Delta(n+1)})$ 与 \mathcal{D}_n 中数据的相关性,并为独立性指标 $\gamma_{n+1}(\xi_{n+1})$ 设置阈值 ϵ_{tol} ,只有当 $\gamma_{n+1}(\xi_{n+1}) > \epsilon_{\text{tol}}$ 时才需要向训练数据集中添加数据,即 $\mathcal{D}_{n+1} = \mathcal{D}_n \cup (\xi_{n+1}, y_{\Delta(n+1)})$ 。若 t_{n+1} 时刻包含了新数据,则预测所需的参数向量 α_{n+1} 与矩阵 C_{n+1} 需要通过秩更新得到。

当数据集 \mathcal{D}_n 中的样本数目超过预设值时,可根据式(13)计算 \mathcal{D}_n 中各样本相对于其他数据的独立性,并删除独立性最弱的样本数据,以容纳新数据。通过引入一个时间相关的遗忘率函数改进了独立性指标(13),从而可根据数据的时空关系进行数据删除,保证了 GP 的预测结果能够描述未知函数的时变特征。假设数据 $(\xi_i, y_{\Delta i})$ 为 t_i 时刻量测所得的数据,则定义 t_n 时刻该数据的独立性指标为

$$i_n(t) = \exp\left(-\frac{(t-t_i)^2}{2h}\right) \gamma_n(\xi_i) \quad (14)$$

式中: $\gamma_n(\xi_i)$ 可根据式(13)计算;常数 $h \in \mathbf{R}$ 可任意选取, h 越小则越能够突出数据的时间分布情况。SOGP 算法的具体步骤可参考文献[17],不详细叙述。

下面,说明 GP 模型的预测方差与其预测误差之间的关系。首先,需假设在协方差函数(10)相关的再生核希尔伯特空间下,不确定性函数 f_{Δ} 的范数有界,即 $\|f_{\Delta}\|_k \leq B_f < \infty$, B_f 为再生核希尔伯特范数的最大值。其次,由于所选取的协方差函数(10)具有一致逼近能力,所以只要 f_{Δ} 为连续函数,该假设即可成立。最后,根据以下引理对 GP 模型的预测误差进行量化。

引理 1^[11] 对于任意 $\xi^* \in \Omega^{\xi}$, 可以选取 $\delta \in (0, 1)$, 使得

$$\left\{ \left| \mu_n(\xi^*) - f_{\Delta}(\xi^*) \right| \leq \beta \sqrt{\text{var}_n(\xi^*)}, \forall \xi^* \in \Omega^{\xi} \right\} \geq 1 - \delta \quad (15)$$

式中: 系数 $\beta = \sqrt{2B_f^2 + 300\rho \ln^3\left(\frac{n+1}{\delta}\right)} \in \mathbf{R}_+, \rho \in \mathbf{R}_+$ 为信息增益的最大值,可根据 $n+1$ 个含噪声的样本数据 $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+1})$ 计算得到。

引理 1 说明了在任意概率下, GP 模型的预测误差具有一个与预测标准差相关的上界。但本文主要关注 GP 模型预测方差与预测误差之间的概率性关系,所以不详细讨论系数 β 的计算与选取。系数 β 的计算方法可参考文献[18]。

2.2 基于 GPR 的自适应滑模跟踪控制算法

定义滑模变量为

$$s = \omega_e + \Lambda q_{ev} \in \mathbf{R}^3 \quad (16)$$

式中: $\Lambda \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为正定对角矩阵。若 $s=0$ 处为渐进稳定平衡点,则 ω_e 与 q_e 均可渐进收敛于期望平衡点 $[\mathbf{q}_e^T, \omega_e^T]^T = [1, \mathbf{0}_{3 \times 1}^T, \mathbf{0}_{3 \times 1}^T]^T$ ^[19]。根据航天器的姿态误差动力学方程(5),可得到辅助的误差动力学方程

$$J\dot{s} = -\hat{f}(\xi_c) - f_{\Delta}(\xi_c) + u \quad (17)$$

式中: $\xi_c = [\omega^T, c^T]^T \in \mathbf{R}^6$, 变量 $c = C(q_e)\dot{\omega}_d - (\omega_e \times)C(q_e)\omega_d - \Lambda\dot{q}_{ev}$;

$$\hat{f}(\xi_c) = \hat{J}c + (\omega \times)\hat{J}\omega \quad (18)$$

$$f_{\Delta}(\xi_c) = \Delta Jc + (\omega \times)\Delta J\omega - d \quad (19)$$

在 t_n 时刻, GP 模型(9)可根据 \mathcal{D}_n 预测输入为 ξ_c 时不确定性的概率分布,即

$$\hat{f}_{\Delta}(\xi_c) \sim \mathcal{N}(\mu(\xi_c), \Sigma(\xi_c)) \quad (20)$$

式中:

$$\mu(\xi_c) = [\mu_1^n(\xi_c), \mu_2^n(\xi_c), \mu_3^n(\xi_c)]^T \subset \mathbf{R}^3$$

$$\Sigma(\xi_c) = \text{diag}([\text{var}_1^n(\xi_c), \text{var}_2^n(\xi_c),$$

$$\text{var}_3^n(\xi_c)]) \subset \mathbf{R}^{3 \times 3} \quad (21)$$

分别为预测均值向量与方差矩阵,其中各元素可根据式(12)计算得到。

根据引理 1, 则存在常数 δ 与 $\beta_{ci}, \forall i \in \{1, 2, 3\}$, 使得

$$\left\{ \left| \mu_i^n(\xi_c) - f_{\Delta i}(\xi_c) \right| \leq \beta_{ci} \sqrt{\text{var}_i^n(\xi_c)}, \forall \xi_c \in \Omega^{\xi} \right\} \geq 1 - \delta \quad (22)$$

针对航天器(1)的姿态跟踪控制问题,可根据式(17)、式(20)与式(22),设计以下基于 GP 的 ASMC(GP-ASMC)算法:

$$u = \hat{f}(\xi_c) + \mu(\xi_c) - K_s s - K_c \Sigma^{1/2}(\xi_c) \text{sgn}(s) \quad (23)$$

式中: $K_s \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为正定对称的反馈增益矩阵; $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; $K_c \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为正定对角矩阵, 其各元素 k_{ci} 可根据以下自适应律更新得到

$$k_{ci} = \gamma_i \sqrt{\text{var}_i(\xi_c)} |s_i|, \quad \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad (24)$$

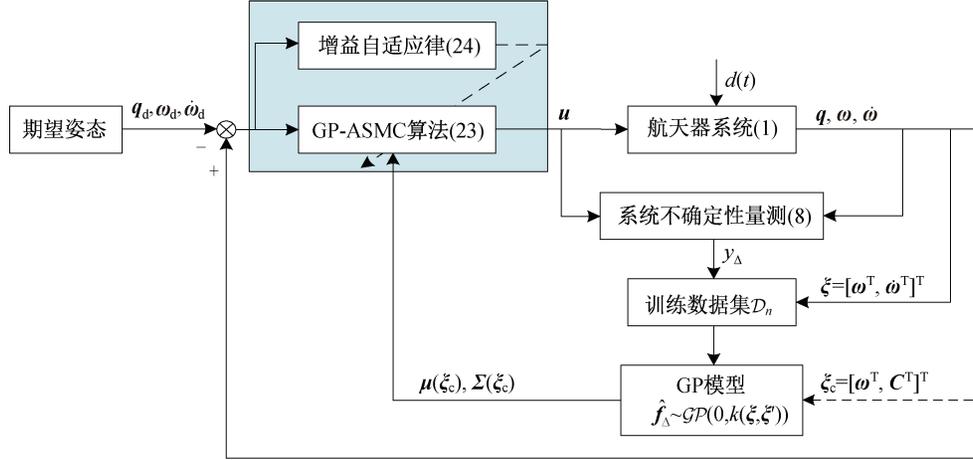


图 1 GP-ASMC 控制算法结构图

Fig. 1 Block diagram of the GP-ASMC algorithm

由式(23)可看出, GP-ASMC 算法能够基于 GP 模型的预测均值 $\mu(\xi_c)$ 实现高精度的不确定性动态补偿, 并利用预测方差 $\Sigma(\xi_c)$ 主动调节切换控制增益及其自适应更新的速度。当不确定性预测可靠性较低时, GP 模型的预测方差增大, 则 GP-ASMC 加快 K_c 的更新速度并增加切换控制信号的幅值以保证航天器姿态控制的收敛速度和跟踪精度。而随着航天器的运行, 不确定性预测精度提高时, 预测方差将减小, 则 GP-ASMC 也将降低切换控制信号的幅值, 从而在不损害跟踪性能的前提下减弱控制输入信号的能量, 以提高控制效率。

注 1 由于不连续控制信号会引起抖振现象, 所以在实际应用中可以利用平滑的 $\tanh(\cdot)$ 函数来替代 GP-ASMC 算法(23)中的符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$, 以达到平滑控制信号的作用。理论上, 这种近似方法会使得滑模变量 s 仅能收敛至滑模面附近的小邻域内, 而无法到达滑模面。但由于 GP-ASMC 算法可随系统运行而自学习不确定性映射, 所以当基于 GP 模型的不确定性预测误差较小时, 不连续控制信号幅值较小。因此, 平滑化控制信号仍然能够使得滑模变量几乎渐进收敛至滑模面, 从而可忽略其对跟踪控制性能的影响。

注 2 当不考虑 GP 模型的预测均值与方差信息, 即令 $\mu(\xi_c) = 0, \Sigma(\xi_c) = I_3$ 时, GP-ASMC 则退化

为传统的 ASMC 算法。当惯性矩阵不确定性 ΔJ 的影响较为显著时, ASMC 算法需要增大切换信号的幅值以抵抗未知动态, 从而可能引起大幅的抖振现象。若利用注 1 中的方法平滑控制信号, 则滑模变量可能无法收敛到滑模面, 从而导致较大的跟踪误差。因此, GP-ASMC 中基于 GP 模型的动态补偿部分 $\mu(\xi_c)$ 十分必要。

3 闭环系统稳定性分析

定理 1 考虑由航天器(5)、GP-ASMC 算法(23)与自适应律(24)构成的姿态跟踪闭环控制系统, 存在正定对称矩阵 K_s 与正定对角矩阵 $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$, 使得航天器的姿态跟踪误差 q_e 与角速度跟踪误差 ω_e 能够全局渐进收敛于平衡点 $[q_e^T, \omega_e^T]^T = [1, 0_{3 \times 1}^T, 0_{3 \times 1}^T]^T$ 的概率不小于 $1 - \delta$, 且自适应参数 $k_c = [k_{c1}, k_{c2}, k_{c3}]^T$ 的范数有界。

证明 选取李雅普诺夫函数为

$$V(s, k_c) = \frac{1}{2} s^T J s + \frac{1}{2} \tilde{\beta}_c^T \Gamma^{-1} \tilde{\beta}_c \quad (25)$$

式中: 向量 $\tilde{\beta}_c \in \mathbf{R}^3$ 的元素为 $k_{ci} - \beta_{ci}, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ 。显然, $V(s, k_c) > 0$ 对 $\forall s, k_c \in \mathbf{R}^3$ 都成立。式(25)的导数为

$$\dot{V}(s, k_c) = s^T J \dot{s} + \tilde{\beta}_c^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\beta}}_c \quad (26)$$

根据式(17)、式(23)与式(24), $\dot{V}(s, k_c)$ 可改写为

$$\dot{V}(s, k_c) = -s^T K_s s + s^T (\mu(\xi_c) - f_\Delta(\xi_c)) - \sum_{i=1}^3 \beta_{ci} \sqrt{\text{var}_i(\xi_c)} |s_i| \quad (27)$$

令 $\lambda_{\min}(K_s) > 0$ 为矩阵 K_s 的最小特征值, 可得

$$\dot{V}(s, k_c) \leq -\lambda_{\min}(K_s) \|s\|^2 + \sum_{i=1}^3 \left\{ \left[|\mu_i(\xi_c) - f_{\Delta i}(\xi_c)| - \beta_{ci} \right] \sqrt{\text{var}_i(\xi_c)} |s_i| \right\} \quad (28)$$

根据式(22)可知, 以下关系成立的概率不小于 $1 - \delta$:

$$\dot{V}(s, k_c) \leq -\lambda_{\min}(K_s) \|s\|^2 \quad (29)$$

因此, $V(s(t)) \leq V(s(0)) < \infty$ 。根据李雅普诺夫函数(25)的定义可得到参数 k_c 的有界性, 即

$$\|k_c\| \leq \sqrt{\frac{V(s(0))}{\lambda_{\min}(\Gamma)}} \quad (30)$$

式中: $\lambda_{\min}(\Gamma) = \min_{i \in \{1, 2, 3\}} \gamma_i$ 。另外, 根据李雅普诺夫函数的正定性与参数 k_c 的有界性, 可以有

$$-\int_0^\infty \dot{V}(s(\tau)) d\tau = V(s(0)) - V(s(\infty)) < \infty \quad (31)$$

则根据式(29)可知

$$0 \leq \int_0^\infty \|s(\tau)\|^2 d\tau < \infty \quad (32)$$

那么, 根据 Barbalat 引理^[20]可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0$ 。

因此, 闭环系统在 $s = 0$ 处渐进稳定的概率不小于 $1 - \delta$, 则此概率下 ω_e 与 q_e 均可渐进收敛于平衡点 $[q_e^T, \omega_e^T]^T = [1, 0_{3 \times 1}, 0_{3 \times 1}]^T$ 。至此, 定理 1 得证。

注 3 由于 GP-ASMC 是利用具有概率性的 GP 模型来设计的, 所以定理 1 中的闭环系统稳定性是基于概率来描述的。但实际上, 无论是航天器系

统(1)还是控制算法(23)都是确定性的, 因此该闭环系统的稳定性分析也是基于确定性李雅普诺夫理论分析得到的。只要控制增益 k_c 的取值合适, 定理 1 中的概率可为 $(0, 1)$ 中的任意值, 所以概率的存在对系统稳定性没有任何影响。

4 仿真实验与分析

本章将通过数值仿真算例说明 GP-ASMC 算法在航天器姿态跟踪控制应用中的有效性。仿真中令航天器惯性矩阵的真实值为

$$J = \begin{bmatrix} 20.0 & 1.2 & 0.9 \\ 1.2 & 17.0 & 1.4 \\ 0.9 & 1.4 & 15.0 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (33)$$

惯性矩阵的标称值为 $J_0 = \text{diag}\{2.0, 1.7, 1.5\}$ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。可以看出, 本算例中系统不确定性的影响较大。航天器所受的外界干扰力矩为

$$d(t) = 0.05 [\sin(t), \sin(t), \sin(2t)]^T \text{N} \cdot \text{m} \quad (34)$$

航天器初始姿态的矢量部分与初始角速度分别为

$$q_e(0) = [-0.6, 0.3, -0.5]^T$$

$$\omega(0) = [0.06, -0.04, 0.05]^T \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad (35)$$

本仿真采用 ASMC^[6] 与神经网络 ASMC (Neural Network ASMC, NN-ASMC) 算法^[9] 作为对比方法, 来说明 GP-ASMC 算法的优越性。3 种方法所采用的控制参数见表 1。另外, 本仿真还将在不改变控制参数的情况下令航天器执行 2 种不同的姿态控制任务, 以验证 GP-ASMC 算法的自学习能力。2 种姿态控制任务所对应的期望姿态参数见表 2。

表 1 3 种控制算法的参数设置

Tab. 1 Parameter settings of three control algorithms

控制算法	控制参数
GP-ASMC	GP 超参数: $\sigma_f = 5, \sigma_n = 0.01, l = 0.01 [1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$, 阈值: $\epsilon_{\text{tol}} = 10^{-3}$; 数据集样本数上界: 10; 其余参数: $A = 0.1I_3, K_s = 10I_3, \Gamma_{\text{GP}} = 20I_3$
ASMC ^[6]	自适应部分参数: $p_0 = p_1 = p_2 = 1$; 其余参数: $A = 0.1I_3, K_s = 10I_3, \Gamma_{\text{ASMC}} = 100I_3$
NN-ASMC ^[9]	神经网络节点数: 20; 分布区间: $\ x\ \leq 1$; 权重更新速率: $\Gamma_w = 40I_{20}$; 其余参数: $A = 0.1I_3, K_s = 10I_3, \Gamma_{\text{NN}} = 100I_3$

表 2 2 种姿态控制任务的期望姿态参数

Tab. 2 Expected attitude parameters of two control tasks

任务	期望姿态参数
姿态稳定控制	$q_{d1}(0) = [1, 0, 0, 0]^T; \omega_{d1}(t) = [0, 0, 0]^T \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
姿态跟踪控制	$q_{d1}(0) = [1, 0, 0, 0]^T; \omega_{d1}(t) = 0.1 [\sin(0.1\pi t), \sin(0.2\pi t), \sin(0.3\pi t)]^T \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

本算例中仿真时间均设为 100 s, 仿真步长为 0.005 s。首先, 令航天器执行任务 1, ASMC、NN-ASMC 与 GP-ASMC 算法作用下姿态四元数的跟踪误差曲线如图 2 所示, 角速度的跟踪误差曲线如图 3 所示。对于姿态稳定控制任务, GP-ASMC 作用下航天器姿态四元数和角速度的跟踪误差在 40 s 内收敛至稳态, 即 $|q_{evr}| < 10^{-3}$ 且 $|\omega_{er}| < 10^{-3} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 。而 ASMC 与 NN-ASMC 作用下姿态和角速度误差的收敛时间均约为 65 s, 所以其收敛速度明显慢于 GP-ASMC。并且, 由姿态跟踪误差在 70~100 s 的放大图可以看出, GP-ASMC 的稳态跟踪误差小于

ASMC 与 NN-ASMC。控制输入曲线如图 4 所示。相比于 GP-ASMC, NN-ASMC 在 10 s 前的控制输入波动幅度较大, ASMC 在 30 s 后的控制输入幅值较高。因此, GP-ASMC 的总能量消耗小于 ASMC 与 NN-ASMC。GP 模型的预测均值与实际不确定性曲线如图 5 所示, 随着系统的运行以及观测数据的增加, GP 预测均值能够很快地实现高精度的不确定性预测, 这也是 GP-ASMC 跟踪控制性能优越的主要原因。GP-ASMC 中控制增益 k_c 中 3 个分量的自适应更新曲线如图 6 所示, 能够看出该参数的有界性。

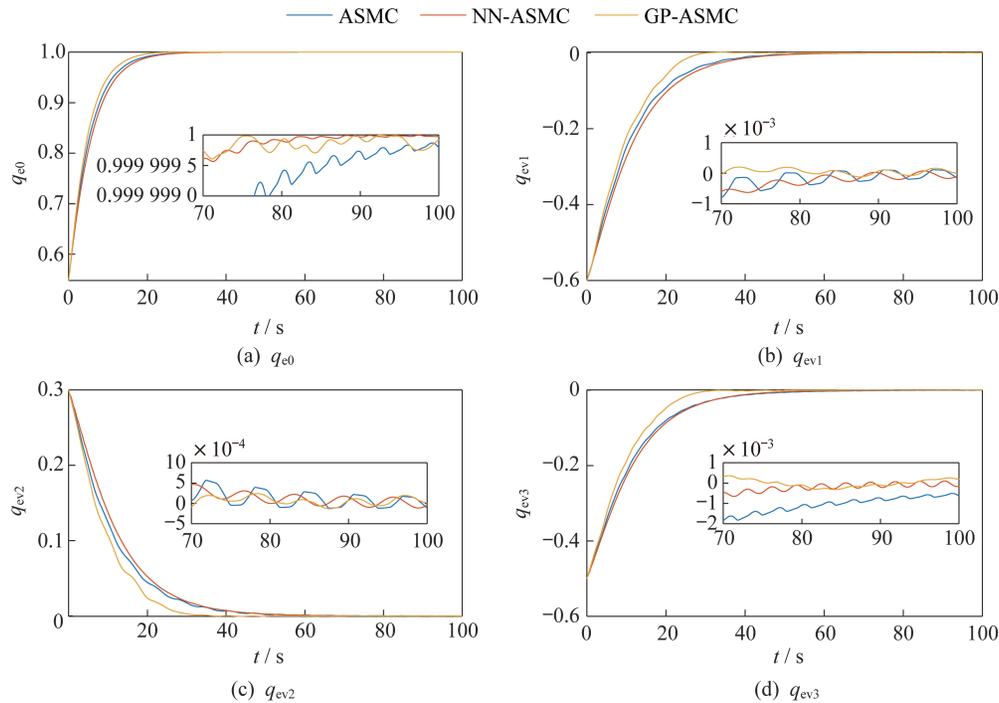


图 2 任务 1 下的姿态四元数跟踪误差

Fig. 2 Tracking errors of the attitude quaternion of task 1

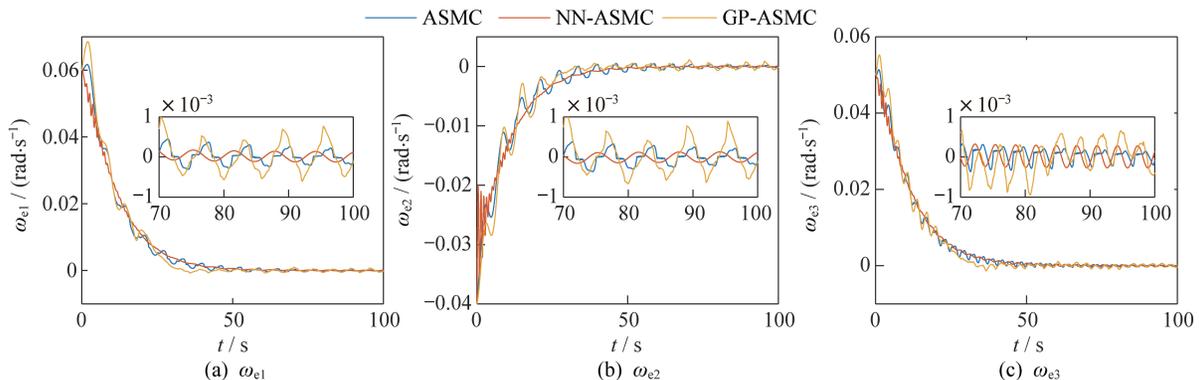


图 3 任务 1 下的角速度跟踪误差

Fig. 3 Tracking errors of the angular velocity of task 1

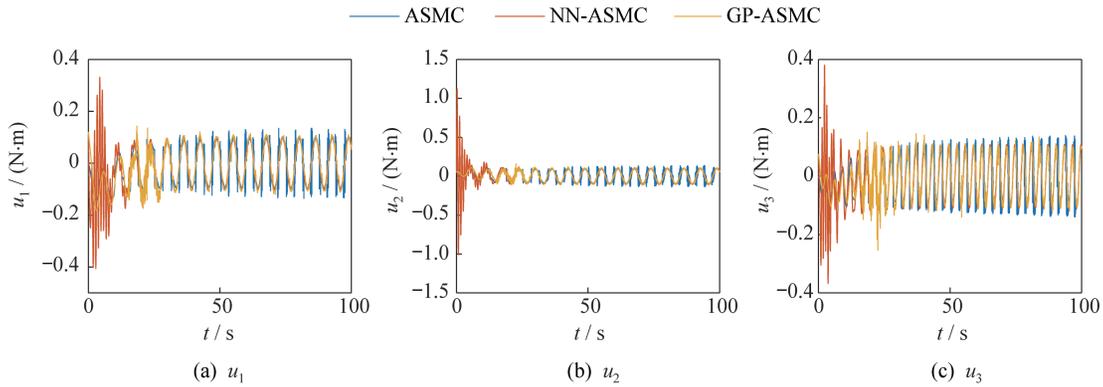


图 4 任务 1 下的控制力矩

Fig. 4 Control torques of task 1

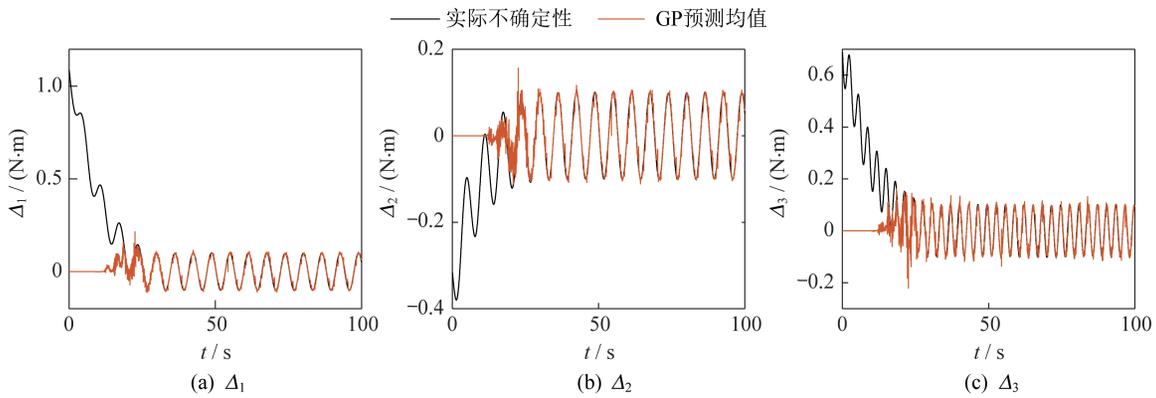


图 5 任务 1 下基于 GP 的不确定性预测

Fig. 5 Uncertainty prediction based on the GP of task 1

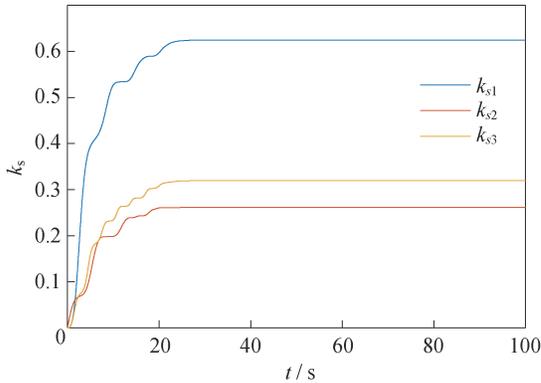


图 6 任务 1 下的控制增益自适应更新曲线

Fig. 6 Curves of the control gain adaptation updates of task 1

在不改变控制参数的前提下令航天器执行任务 2。3 种控制算法作用下姿态四元数与角速度的跟踪误差曲线如图 7 和图 8 所示。对于期望角速度变化幅度较大的姿态跟踪控制任务,GP-ASMC 作用下的航天器姿态跟踪稳态误差仍然最小,70~100 s 姿态四元数矢量部分的分量均满足

$|q_{evi}| < 10^{-3}$; NN-ASMC 对应的姿态跟踪误差稍大,70~100 s 满足 $|q_{evi}| < 2.0 \times 10^{-3}$; ASMC 对应的姿态跟踪误差最大,稳态阶段有 $|q_{evi}| < 2.0 \times 10^{-2}$ 。另外,GP-ASMC 具有最短的收敛时间约 35 s,而 NN-ASMC 与 ASMC 的收敛时间均约为 55 s。综合任务 1 中 3 种算法的响应曲线可以看出,GP-ASMC 在不同的姿态控制任务下都具有较快的收敛速度和较高的跟踪精度。控制输入曲线如图 9 所示,3 种算法的控制输入曲线接近,难以直接对比说明相应的能量消耗情况。

3 种控制算法在 2 个姿态控制任务下的性能指标见表 3,分别为稳态跟踪误差均方根 R_e 、最大稳态跟踪误差 M_e 与平均能量消耗 E_u ,其定义为

$$\begin{aligned}
 R_e &= \frac{1}{T-50} \sqrt{\int_{50}^T \|q_e(t)\|^2 dt} \\
 M_e &= \max_{50 \leq t \leq T} \|q_e(t)\| \\
 E_u &= \frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T \|u(t)\|^2 dt}
 \end{aligned} \tag{36}$$

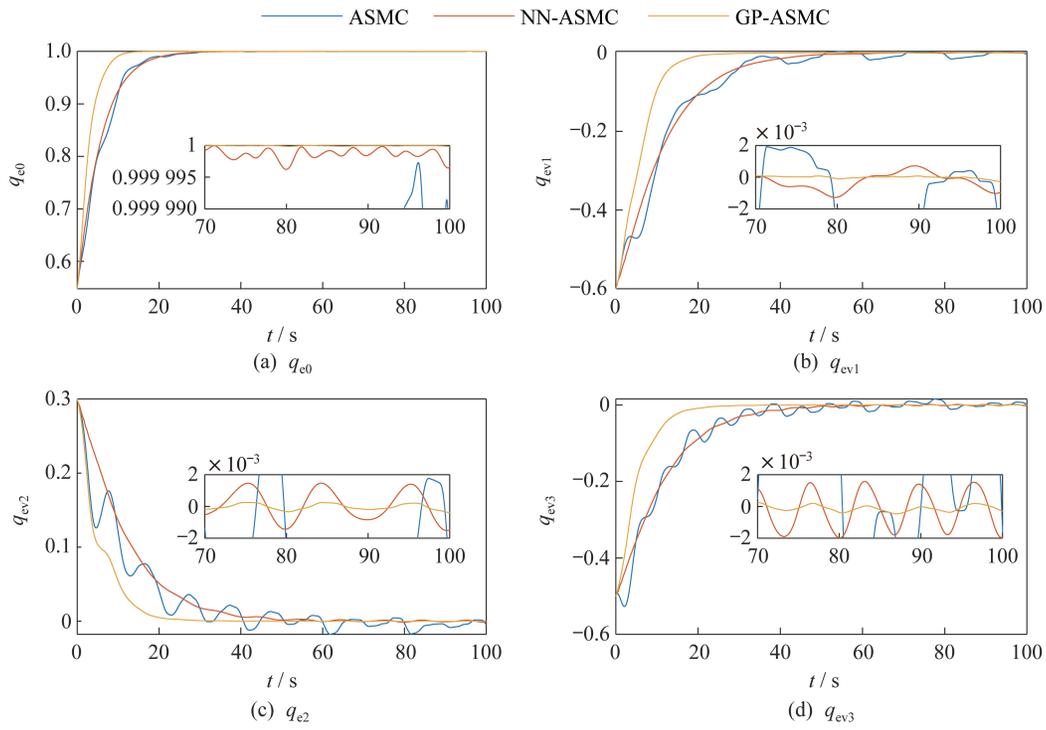


图 7 任务 2 下的姿态四元数跟踪误差

Fig. 7 Tracking errors of the attitude quaternion of task 2

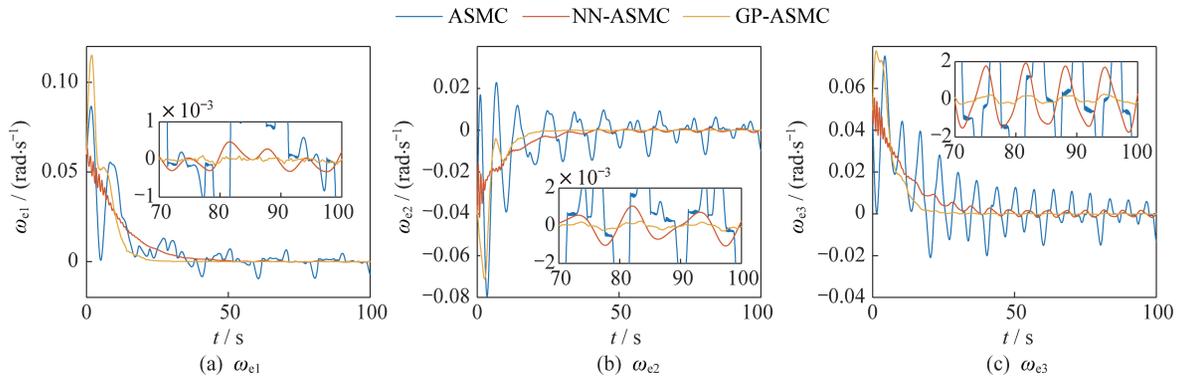


图 8 任务 2 下的角速度跟踪误差

Fig. 8 Tracking errors of the angular velocity of task 2

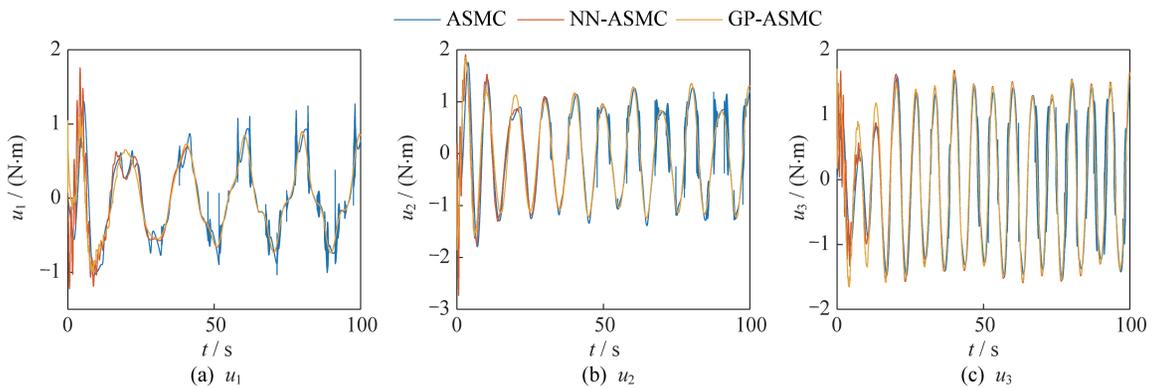


图 9 任务 2 下的控制力矩

Fig. 9 Control torques of task 2

表 3 3 种控制算法的性能比较

Tab. 3 Performance comparison of three control algorithms

控制任务	控制算法	R_e	M_e	$E_u/(N \cdot m \cdot s^{-1})$
1	ASMC	0.005 8	0.008 1	0.185 7
	NN-ASMC	0.004 6	0.007 3	0.249 2
	GP-ASMC	0.002 5	0.006 0	0.176 5
2	ASMC	0.256 0	0.030 9	1.983 2
	NN-ASMC	0.005 6	0.007 3	1.986 8
	GP-ASMC	$6.014 3 \times 10^{-4}$	$6.688 3 \times 10^{-4}$	1.970 5

由表 3 可以看出,对于姿态稳定控制任务,GP-ASMC 的 R_e 比 ASMC 减小了 56.90%,比 NN-ASMC 减小了 45.65%;GP-ASMC 的 E_u 比 ASMC 减小了 4.95%,比 NN-ASMC 减小了 29.17%。对于姿态跟踪任务,GP-ASMC 的 R_e 比 ASMC 减小了 99.77%,比 NN-ASMC 减小了 89.26%;GP-ASMC 的 E_u 比 ASMC 减小了 0.64%,比 NN-ASMC 减小了 0.82%。综上所述,GP-ASMC 算法对于不同的姿态控制任务都具有跟踪速度快、跟踪精度高、能量消耗小的优点,且对于模型不确定性和外界干扰具有较强的鲁棒性。因此,对于航天器的姿态控制问题,GP-ASMC 算法的自学习能力强、控制性能好、控制效率较高,具有一定的工程应用价值。

5 结束语

本文针对存在较强模型不确定性且受外界干扰影响的航天器,利用 GPR 学习算法与滑模控制框架,设计了一种具有自学习能力的自适应滑模姿态跟踪控制算法,并证明了姿态四元数与角速度跟踪误差是全局渐进收敛的。所提出的 GP-ASMC 算法利用具有概率意义的 GP 模型学习系统的总不确定性,不仅可以利用 GP 预测均值实现精准的动态补偿,还可以基于预测方差调节控制增益,在保证跟踪控制精度的同时可提高算法的控制效率。另外,所应用的 ASMC 框架使得 GP-ASMC 对不确定性的预测误差具有一定的鲁棒性。仿真实验结果:GP-ASMC 算法对于不同的姿态控制任务都具有收敛速度快、跟踪精度高、控制成本低的优点,具有一定的实际工程应用价值。为了进一步说明该算法对控制系统元器件误差的容忍能力,后续将分析执行机构的非线性以及传感器的量测信息缺失与量测误差等影响因素对航天器姿态跟踪性能的影响,并改进控制算法以保证其实际应用的有效性。

参考文献

- [1] LIU X, MENG Z, YOU Z. Adaptive collision-free formation control for under-actuated spacecraft [J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 79: 223-232.
- [2] NASTASI K M, BLACK J T. Adaptively tracking maneuvering spacecraft with a globally distributed, diversely populated surveillance network [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(5): 1033-1048.
- [3] SUN L. Adaptive fault-tolerant constrained control of cooperative spacecraft rendezvous and docking [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(4): 3107-3115.
- [4] QIAO J, LI Z, XU J, et al. Composite nonsingular terminal sliding mode attitude controller for spacecraft with actuator dynamics under matched and mismatched disturbances [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(2): 1153-1162.
- [5] ZHUANG H, SUN Q, CHEN Z, et al. Back-stepping active disturbance rejection control for attitude control of aircraft systems based on extended state observer [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2021, 19(6): 2134-2149.
- [6] ZHU Z, XIA Y, FU M. Adaptive sliding mode control for attitude stabilization with actuator saturation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(10): 4898-4907.
- [7] ZHENG M, WU Y, LI C. Reinforcement learning strategy for spacecraft attitude hyperagile tracking control with uncertainties [J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 119: 107-126.
- [8] ZOU A, KUMAR K D, HOU Z, et al. Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and Chebyshev neural network [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2011, 41(4): 950-963.
- [9] ZOU Y. Attitude tracking control for spacecraft with robust adaptive RBFNN augmenting sliding mode control [J]. Aerospace Science and Technology, 2016, 56: 197-204.
- [10] RASMUSSEN C E, WILLIAMS C K I. Gaussian processes for machine learning [M]. Cambridge, Mass: MIT Press, 2006: 1-83.
- [11] SRINIVAS N, KRAUSE A, KAKADE S M, et al. Information-theoretic regret bounds for Gaussian process optimization in the bandit setting [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(5): 3250-3265.

(下转第 127 页)