旋转调制下的抗晃动干扰初始对准方法

杨晨,蔡远文,辛朝军,王怀鹏,史美玲 (航天工程大学宇航科学与技术系,北京101400)

摘 要:针对晃动基座下的对准精度受限于惯性器件常值误差,提出了旋转调制下的抗晃动干扰初始对准方法。首先,分析了单轴连续旋转调制技术对常值误差的补偿机理,并在此基础上建立了晃动基座下的惯性器件输出模型;其次,详细推导了基于双重积分的惯性系粗对准算法,通过惯性坐标系下的姿态更新跟踪载体实际姿态变化消除了角晃动干扰,通过对比力进行双重积分克服了线振动影响;最后,在粗对准算法基础上,进一步建立了旋转调制下的系统状态方程和量测方程,通过反馈校正的卡尔曼滤波算法实现最优估计精对准。仿真结果表明:旋转调制下的抗晃动对准方法在克服晃动干扰的同时,能够解决对准精度受限问题,有效提高了初始对准精度。

关键词: 晃动基座; 初始对准; 旋转调制; 双重积分; 卡尔曼滤波
 中图分类号: V 241.6 文献标志码: A DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2022.04.016

Anti-sloshing Disturbance Initial Alignment Method under Rotation Modulation

YANG Chen, CAI Yuanwen, XIN Chaojun, WANG Huaipeng, SHI Meiling (Department of Aerospace Science and Technology, Space Engineering University, Beijing 101400, China)

Abstract: An anti-sloshing disturbance initial alignment method under rotation modulation is proposed to solve the problem that the alignment accuracy under the sloshing base is limited by the constant error of the inertial sensor. First, the compensation mechanism of the single-axis continuous rotation modulation technology to the constant error is analyzed, and on this basis, the output model of the inertial sensor under the sloshing base is established. Then, the inertial system coarse alignment algorithm based on double integral is deduced in detail. The actual attitude change of the carrier is tracked through the attitude update in the inertial coordinate system, by which the angular sloshing interference is eliminated. The specific force is double integrated, by which the influence of the line vibration is overcome. Finally, based on the coarse alignment algorithm, the system state equation and measurement equation under rotation modulation are further established, and the optimal estimation fine alignment is achieved through the feedback-corrected Kalman filter algorithm. The simulation results show that the anti-sloshing disturbance initial alignment method under rotation modulation can overcome the sloshing interference while solve the problem of limited alignment accuracy, and effectively improves the initial alignment accuracy.

Key words: sloshing base; initial alignment; rotation modulation; double integral; Kalman filter

0 引言

捷联惯导系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)是一种自主式导航系统,抗干扰性强, 隐蔽性好,在飞机、火箭、导弹、舰艇等运动载体上有着 广泛应用^[1-3]。SINS在导航解算前很重要的一点是需 要已知载体的初始姿态信息,初始对准正是获取初始 系到载体后续的导航精度和快速反应能力。在静基座 下,惯导系统的初始对准通过解析粗对准和卡尔曼滤 波精对准即可满足对准精度要求,而在载车受到干扰 时,粗对准过程若仍采用传统的解析对准,将无法为精 对准提高有效初始条件,从而无法达到对准精度要

姿态的过程,因此初始对准的精确性和快速性直接关

收稿日期:2020-08-05;修回日期:2020-11-19

基金项目:军内科研项目

作者简介:杨 晨(1996—),男,硕士研究生,主要研究方向为惯性导航与初始对准技术。

通信作者:辛朝军(1980一),男,博士,副教授,主要研究方向为惯性导航与航天测试发射。

求[45]。对此,文献[6]提出了基于惯性凝固思想的对准 方法,该方法可有效解决角晃动基座下的粗对准。文 献[7]通过分析一次积分在抑制线振动干扰时作用有 限,引入了频域分离算子的概念,分析了双重积分与无 限冲激响应(Infinite Impulse Response, IIR)低通滤 波器抑制线振动干扰的原理及优势。文献[8]将惯性 凝固粗对准与卡尔曼滤波精对准结合起来使用,并验 证了在晃动基座下较解析对准与卡尔曼滤波精对准的 对准模式的优势,但是方案中没有考虑对线振动干扰 的处理。文献[9-10]研究了基于惯性系对准的抗干扰 自对准算法,分别通过设计低通滤波器和采用小波阈 值消噪技术来抑制线振动干扰。文献[11]采用凝固坐 标系的思想,选择3个不同时刻惯性系下的重力矢量, 建立惯性系与当前导航系之间的姿态矩阵,通过姿态 更新实时跟踪姿态在对准过程中的实际变化,再用卡 尔曼滤波器进行精对准,提高了算法跟踪车辆姿态的 能力。文献[12]设计了巧妙的数值算法来求解矢量构

建中的积分运算,并通过q-methdo解决了姿态确定问题。文献[13]针对现有姿态确定对准算法在微机电惯导系统对准中不能很好地估计出惯性器件零偏的问题,将姿态对准问题转化为姿态估计问题,并提出了广义速度积分公式以降低传统速度积分公式在矢量观测中引起的累积误差。可见晃动基座下的初始对准研究已取得不少成果,但由于对准极限精度受惯性器件常值误差影响,精度有限,若能够消除或补偿掉这部分误差,将在一定程度上提高对准精度。

本文针对晃动基座下初始对准精度受限的问题, 提出了一种旋转调制下的抗晃动初始对准方法,总体 方案如图1所示。通过在初始对准算法中融入旋转 调制技术来补偿惯性器件常值误差以提高对准精度, 且旋转惯性测量元件(Inertial Measurement Unit, IMU)可以改变SINS误差模型中的系统矩阵,有助 于改善状态变量的可观测度。仿真试验结果表明,该 方法能够有效提升晃动基座下的初始对准精度。



Fig. 1 General scheme

1 坐标系定义

坐标系规定如下:

1) 地心地球坐标系(e系):原点 o_e位于地心, o_ez_e轴沿地球自转轴方向, o_ex_e轴在赤道平面内,由 地心指向载体所在的子午线, o_ey_e轴与 o_ez_e轴、o_ex_e 轴构成右手坐标系。

2) 地心惯性坐标系(*i*系):原点 o_i位于地心,

*o_iz_i*轴沿地球自转轴方向,*o_ix_i*轴在赤道平面内,由 地心指向春分点,*o_iy_i*轴在赤道平面内,与*o_iz_i*轴、 *o_ix_i*轴构成右手坐标系。

3) 导航坐标系(n系):原点 o_n位于载体重心, o_nx_n轴指向水平东向, o_ny_n轴指向水平北向, o_nz_n轴 沿大地垂线方向指向天。

4) 载体坐标系(b系):原点 ob位于载体重心,

 $o_b x_b$ 轴沿载体横轴指向右, $o_b y_b$ 轴沿载体纵轴指向前, $o_b z_b$ 轴垂直于 $o_b x_b y_b$ 构成右手坐标系。

5) IMU旋转坐标系(s系):原点 o_s 和载体坐标 系原点重合, $o_s x_s$ 轴、 $o_s y_s$ 轴、 $o_s z_s$ 轴指向惯性器件敏 感轴方向。

6)载体惯性坐标系(b(0)系):将初始时刻的载体坐标系惯性凝固后形成的坐标系,在惯性空间保持不动。

7)导航惯性坐标系(n(0)系):将初始时刻的导航坐标系惯性凝固后形成的坐标系,在惯性空间保持不动。

2 旋转调制机理及惯性器件测量输出 模型

在单个位置的初始对准中,初始对准失准角的 估计误差满足如下关系^[14]:

$$\delta \boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} -\delta f_{sf,\mathrm{E}}^{n}/g \\ \delta f_{sf,\mathrm{E}}^{n}/g \\ -\delta \omega_{ib,\mathrm{E}}^{n}/\omega_{\mathrm{N}} + \delta f_{sf,\mathrm{E}}^{n} \tan L/g \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -\delta f_{sf,\mathrm{N}}^{n}/g \\ \delta f_{sf,\mathrm{E}}^{n}/g \\ -\delta \omega_{ib,\mathrm{E}}^{n}/\omega_{\mathrm{N}} \end{bmatrix}$$
(1)

式中: $\delta \phi$ 为失准角的估计误差; $\delta f_{g,E}^{n}$ 为等效东向加 速度计零偏; $\delta f_{g,N}^{n}$ 为等效北向加速度计零偏; $\delta \omega_{b,E}^{n}$ 为等效东向陀螺零偏; ω_{N} 为地球自转角速度的北向 分量;g为重力加速度大小;L为地理纬度。一般情 况下,陀螺相对地球自转的测量误差明显大于加速 度计相对地球重力的测量误差,即

 $|-\delta\omega_{ib,E}^n/\omega_N| \gg |\delta f_{sf,E}^n \tan L/g|$

因此陀螺的等效东向陀螺零偏 $\delta\omega_{ib,E}^{n}$ 是影响方 位失准角估计误差的主要因素,即方位对准精度主 要取决于 $\delta\omega_{ib,E}^{n}$;水平方向主要取决于加速度计的 $\delta f_{f,N}^{n}$ 和 $\delta f_{f,E}^{n}$ 。

可见,只要能够降低 $\delta \omega_{ib,E}^{"}$ 、 $\delta f_{f,N}^{"}$ 及 $\delta f_{f,E}^{"}$ 的影响, 便可以提高初始对准精度。

2.1 旋转调制机理

设初始时刻载体坐标系与IMU旋转坐标系重 合,控制IMU绕竖直方向z轴以角速度ω连续转动, 可得载体系与IMU旋转坐标系的关系为

$$C_{b}^{s} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \\ -\sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2)

设3个轴向的陀螺常值漂移为 ε_x 、 ε_y 、 ε_z ,加速度 计常值零偏为 ∇_x^s 、 ∇_y^s 、 ∇_z^s 。为便于直观分析旋转调 制对惯性器件常值误差的作用机理,假设导航坐标 系与载体坐标系重合,则*t*时刻导航坐标系下陀螺 常值漂移和加速度计常值零偏的调制形式为

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{n} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{s}^{b} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{s} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{s} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{s} \cos\left(\omega t\right) - \boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{s} \sin\left(\omega t\right) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{s} \cos\left(\omega t\right) + \boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{s} \sin\left(\omega t\right) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{s} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z}^{s} \end{bmatrix}$$
(3)
$$\nabla^{n} = \boldsymbol{C}_{b}^{n} \boldsymbol{C}_{s}^{b} \begin{bmatrix} \nabla_{x}^{s} \\ \nabla_{y}^{s} \\ \nabla_{y}^{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_{x}^{s} \cos\left(\omega t\right) - \nabla_{y}^{s} \sin\left(\omega t\right) \\ \nabla_{y}^{s} \cos\left(\omega t\right) + \nabla_{x}^{s} \sin\left(\omega t\right) \\ \nabla_{z}^{s} \end{bmatrix}$$
(4)

式中:C^{*}_b为载体坐标系与导航坐标系之间的转换矩阵;C^{*}_b为IMU旋转坐标系与载体坐标系之间的转换矩阵。

因此,当IMU旋转时,陀螺仪常值漂移所引起 的等效东向常值漂移可表示为

$$\delta \omega_{ib,E}^{n} = \frac{\int_{0}^{0} \left(\varepsilon_{x}^{s} \cos\left(\omega\tau\right) - \varepsilon_{y}^{s} \sin\left(\omega\tau\right) \right) d\tau}{t} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{x}^{s^{2}} + \varepsilon_{y}^{s^{2}}} \int_{0}^{t} \cos\left(\omega\tau + \phi\right) d\tau}{t} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{x}^{s^{2}} + \varepsilon_{y}^{s^{2}}}}{\omega t} \sin\left(\omega\tau + \phi\right) \Big|_{0}^{t} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{x}^{s^{2}} + \varepsilon_{y}^{s^{2}}}}{\omega t} \Big[\sin\left(\omega\tau + \phi\right) - \sin\phi \Big]$$
(5)

式中: $\phi = \arccos\left(\varepsilon/\sqrt{\varepsilon_{,}^{z^{2}} + \varepsilon_{,}^{z^{2}}}\right)$ 。可以看出,当 ω_{N} 确定时,IMU旋转角速度越大,水平方向陀螺常值 漂移误差越小,旋转对准时间越长,方位对准精度 越高。而且,当IMU旋转整周时, $\sin(\omega t + \phi)$ - $\sin \phi = 0$,能够完全消除等效东向陀螺常值漂移的 影响,提高方位对准精度。同理可得, $\delta f_{g,N}^{\sigma}$ 和 $\delta f_{g,E}^{\sigma}$ 经过IMU整周转动后也可以被抵消掉,从而提高水 平对准精度。此外,IMU绕方位轴连续转动能够使 得SINS误差模型中的系统矩阵发生变化,从而改 善系统的可观测性,提高状态变量的可观测度,进 而可以提高对准精度和速度。

2.2 惯性器件测量输出模型

当惯导系统处于晃动基座时,惯性器件测量输

出需要考虑的因素增多,包括角晃动和线振动引起 的干扰角速度项、角晃动和线振动引起的干扰加速 度项。需要指出实际在IMU转动时,陀螺和加速度 计的输出分别为 $\tilde{\omega}_{s}$ 、 \tilde{f}^{s} ,在文献[1-5]中也是直接将 其代入到对准算法中解算,在对准最后再通过乘以 矩阵 C_{s}^{b} 得到载体姿态阵。为便于对比无旋转调制 时输出模型的区别以及保持对准在惯性输入形式 上的统一,在粗对准前端先将惯性器件测量输出转 化为载体坐标系下载体相对于地心惯性系的惯性 测量值,并作为粗对准输入值,其实质与后转换一 样。忽略杆臂误差等因素,则陀螺仪和加速度计于 载体坐标系下的输出模型可表示为

$$\begin{split} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^{b} &= \boldsymbol{C}_{s}^{b} \left(\boldsymbol{\omega}_{is}^{s} + \boldsymbol{\omega}_{sb}^{s} \right) + \boldsymbol{C}_{s}^{b} \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{s} + \boldsymbol{w}_{\varepsilon}^{s} \right) = \\ \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} + \boldsymbol{\varepsilon}^{b} + \boldsymbol{w}_{\varepsilon}^{b} = \\ \boldsymbol{C}_{n}^{b} \left(\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} + \boldsymbol{\omega}_{en}^{n} + \boldsymbol{\omega}_{nb}^{n} \right) + \boldsymbol{\varepsilon}^{b} + \boldsymbol{w}_{\varepsilon}^{b} \\ \tilde{\boldsymbol{f}}^{b} &= \boldsymbol{C}_{s}^{b} \left(\boldsymbol{f}^{s} \right) + \boldsymbol{C}_{s}^{b} \left(\nabla^{s} + \boldsymbol{w}_{\nabla}^{s} \right) = \\ \boldsymbol{f}^{b} + \nabla^{b} + \boldsymbol{w}_{\nabla}^{b} = \\ \boldsymbol{f}^{b} \left(- \boldsymbol{g}^{n} + \boldsymbol{a}_{d}^{n} \right) + \nabla^{b} + \boldsymbol{w}_{\nabla}^{b} \end{split}$$
(7)

式中: $\hat{\omega}_{ib}^{b}$, \tilde{f}^{b} 分别为陀螺和加速度计在载体系下的 输出; ω_{nb}^{n} 、 ω_{en}^{n} 为由角晃动和线振动引起的干扰角速 度项; ω_{ie}^{n} 为地球自转角速度在导航系下的投影; a_{d}^{n} 为由线振动引起的干扰加速度项; g^{n} 为重力加速度 在导航系下的投影; ϵ^{b} 、 ∇^{b} 分别为载体系下的陀螺常 值漂移和加速度计常值零偏; w_{e}^{b} 和 w_{∇}^{b} 分别为陀螺 和加速度计的随机误差; w_{e}^{s} 为陀螺随机误差在s系 中的投影; ω_{sb}^{s} 为b系与s系之间角速度在s系下的投 影; ω_{bb}^{s} 为载体角速度在s系下的投影; ω_{bb}^{b} 为载体角 速度。其中,干扰项可分别表示为

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^{n} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \cos \theta \\ 0 & 1 & -\sin \theta \\ \sin \gamma & 0 & -\cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(8)

式中: θ、ý、ý 分别为俯仰角速率、横滚角速率和偏航 角速率。

$$\boldsymbol{\omega}_{en}^{n} = \left[-\frac{\boldsymbol{v}_{N}^{n}}{\boldsymbol{R}_{M} + h} \quad \frac{\boldsymbol{v}_{E}^{n}}{\boldsymbol{R}_{S} + h} \quad \frac{\boldsymbol{v}_{E}^{n} \tan L}{\boldsymbol{R}_{S} + h} \right]^{\mathrm{T}} \quad (9)$$

式中: λ_L 、h分别为载体所在位置的经度、纬度和高度; $R_{\rm M}$ 、 $R_{\rm s}$ 分别为子午圈主曲率半径和卯酉圈主曲率半径。

线振动引起的干扰加速度 and 可表示为

$$a_d^n = \dot{v}^n + (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times v^n \tag{10}$$

式中: v^n 为线振动所引起的速度; $(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times v^n \end{pmatrix} \omega_{ie}^n$ 、 ω_{en}^n 与线振动引起速度之间相互影响所形成的加速度。

3 基于双重积分的惯性系粗对准 根据链式法则有

 $C_b^n(t) = (C_{n(t)}^{n(0)})^{\mathrm{T}} C_b^n(0) C_{b(t)}^{b(0)}$ (11)

式中: $C_{n(t)}^{n(0)}$ 为导航惯性坐标系和导航坐标系之间的转换矩阵; $C_{b}^{n}(0)$ 为对准初始时刻载体坐标系与导航坐标系之间的转换矩阵; $C_{b(t)}^{b(0)}$ 为载体惯性坐标系和载体坐标系之间的转换矩阵。

利用地球自转角速度以及陀螺输出对方向余弦阵微分方程进行更新可以求解 *C*ⁿ⁽⁰⁾_{n(t)}和 *C*^{b(0)}_{b(t)},即

$$\dot{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{n}(t)}^{\boldsymbol{n}(0)} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{n}(t)}^{\boldsymbol{n}(0)}(\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{n}(0)\boldsymbol{n}}^{\boldsymbol{n}} \times) = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{n}(t)}^{\boldsymbol{n}(0)}(\boldsymbol{\omega}_{ie}^{\boldsymbol{n}} \times) \quad (12)$$

 $\dot{C}_{b(t)}^{b(0)} = C_{b(t)}^{b(0)}(\omega_{b(0)b}^{b} \times) = C_{b(t)}^{b(0)}(\tilde{\omega}_{ib}^{b} \times)$ (13) 式中: $\omega_{n(0)n}^{n} \times$ 为导航坐标系相对导航惯性坐标系旋 转角速度的反对称矩阵; $\omega_{b(0)b}^{b} \times$ 为载体坐标系相对 载体惯性坐标系旋转角速度的反对称矩阵; $\omega_{ie}^{b} \times$ 为 地球自转角速度在导航坐标系下投影的反对称矩 阵; $\tilde{\omega}_{b}^{b} \times$ 为陀螺输出的反对称矩阵。

由于在 C_{n(t)}的更新过程中 ω_iⁿ为恒定值,因此进 一步推导可得

$$C_{n(t)}^{n(0)} = e^{(t\omega_{ie}^{n}\times)} = I + \frac{\sin\omega_{ie}t}{\omega_{ie}t} (t\omega_{ie}^{n}\times) + \frac{1 - \cos\omega_{ie}t}{(\omega_{ie}t)^{2}} (t\omega_{ie}^{n}\times)^{2} =$$

 $\frac{\cos \omega_{ie}t - \sin \omega_{ie}t \sin L}{\sin \omega_{ie}t \sin L} \frac{\sin \omega_{ie}t \cos L}{1 - (1 - \cos \omega_{ie}t) \sin^2 L} (1 - \cos \omega_{ie}t) \sin L \cos L}$ $\left[-\sin \omega_{ie}t \cos L - (1 - \cos \omega_{ie}t) \sin L \cos L - (1 - \cos \omega_{ie}t) \cos^2 L} \right]$ (14)

C^{b(0)}实则反映了载体在角晃动干扰下的姿态变化,即克服了角晃动对初始对准的影响。在非定轴转动时,若直接用角增量求解*C*^{b(0)}会引入转动不可交换误差,为减小该误差影响,在此采用等效旋转矢量算法对其进行适当补偿,以提高姿态更新算法的精度^[15]。

$$C_{b(t)}^{b(0)} = C_{b(t-1)}^{b(0)} C_{b(t)}^{b(t-1)}$$
(15)

$$C_{b(t)}^{b(t-1)} = I_{3} + \frac{\sin\left(\left\|\boldsymbol{\phi}(T)\right\|\right)}{\left\|\boldsymbol{\phi}(T)\right\|} \left(\boldsymbol{\phi}(T)\times\right) + \frac{1 - \cos\left(\left\|\boldsymbol{\phi}(T)\right\|\right)}{\left\|\boldsymbol{\phi}(T)\right\|^{2}} \left(\boldsymbol{\phi}(T)\times\right)^{2} \quad (16)$$

式中: $C_{b(t-1)}^{h(0)}$ 为t-1时刻载体坐标系与载体惯性坐标系之间的转换矩阵; $\phi(T)$ 为角速度矢量积分在采样时间段[0,T]的等效旋转矢量,根据等效旋转矢量二子样算法有

$$\boldsymbol{\phi}(T) = (\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2) + \frac{2}{3}\Delta\theta_1 \times \Delta\theta_2 \quad (17)$$

式中:
$$\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$$
分别为 $\left[0, \frac{T}{2}\right]$ 和 $\left[\frac{T}{2}, T\right]$ 的角增量。
 $\Delta\theta_1 = \int_0^{T/2} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b dt, \ \Delta\theta_2 = \int_{T/2}^T \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b dt$ (18)

相比求解 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 、 $C_{n(t)}^{n(0)}$ 而言,求解 $C_{b}^{n}(0)$ 较为复杂。线晃动存在时,比力方程中交叉项—(2 ω_{ie}^{n} + ω_{en}^{n})× v^{n} 的影响很小,因此将其忽略并在载体惯性坐标系下投影有

$$\dot{v}^{b(0)} = C^{b(0)}_{b(t)} \tilde{f}^{b} + C^{b}_{n}(0) (C^{n(0)}_{n(t)}) g^{n}$$
 (19)
对式(19)两端同时进行一次积分后得到

$$v^{b(0)}(t) - v^{b(0)}(t_0) = \int_0^t C_{b(\tau)}^{b(0)} \tilde{f}^b d\tau + C_n^b(0) \int_0^t (C_{n(\tau)}^{n(0)}) g^n d\tau$$
(20)

可以看出,初始时刻干扰速度v⁶⁽⁰⁾(t₀)与最后时 刻的干扰速度v⁶⁽⁰⁾(t)均对系统产生影响。

在式(19)的基础上再次积分得

$$\int_{0}^{t} v^{b(0)}(\tau_{1}) d\tau_{1} - v^{b(0)}(t_{0}) \cdot t = \int_{0}^{t} \int_{0}^{t} C_{b(\tau)}^{b(0)} \tilde{f}^{b} d\tau d\tau_{1} + C_{n}^{b}(0) \int_{0}^{t} \int_{0}^{t} (C_{n(\tau)}^{n(0)}) g^{n} d\tau d\tau_{1}$$
(21)

线振动干扰近似为周期性变化,因此 $\int_{0}^{t} v^{b(0)}(\tau_1) d\tau_1 = 0$,此时主要误差来自于初始时刻干 扰速度 $v^{b(0)}(t_0)$,并且其干扰影响会随双重积分时间 增加而不断减弱。因此,积分到最后时刻,可以忽 略干扰速度带来的影响。

进而在导航惯性坐标系下有

$$C_{b}^{n}(0) \int_{0}^{t} \int_{0}^{t} C_{b(\tau)}^{b(0)} \tilde{f}^{b} \mathrm{d}\tau \mathrm{d}\tau_{1} \approx -\int_{0}^{t} \int_{0}^{t} (C_{n(\tau)}^{n(0)}) g^{n} \mathrm{d}\tau \mathrm{d}\tau_{1} \qquad (22)$$

在此通过构造双矢量,利用双矢量定姿原理来 确定 $C_n^b(0)$,令 $\alpha_v(t) = \int_0^t \int_0^t C_{b(\tau)}^{b(0)} \tilde{f}^b d\tau d\tau_1$, $\beta_v(t) = -\int_0^t \int_0^t (C_{n(\tau)}^{n(0)}) g^n d\tau d\tau_1$,可通过离散化方法求解 $\alpha_v(t), \beta_v(t)$,即 $\alpha_v(t) = \sum_{k=0}^{M-1} \left\{ \left(T \sum_{m=0}^{k-1} C_{b(t_m)}^{b(0)} \right[\Delta v_1 + \Delta v_2 + \frac{1}{2} (\Delta \theta_1 + \Delta \theta_2) \times (\Delta x_1 + \Delta \theta_2) + \frac{2}{2} (\Delta \theta_1 + \Delta \theta_2) \right\}$

$$\Delta \theta_{2} \times (\Delta v_{1} + \Delta v_{2}) + \frac{1}{3} (\Delta \theta_{1} \times \Delta v_{2} + \Delta \theta_{2})$$
$$\Delta v_{2})] + C_{\theta(t_{1})}^{\theta(0)} \frac{T}{30} (25\Delta v_{1} + 5\Delta v_{2} + 12\Delta \theta_{1} \times$$

$$\Delta v_1 + 8\Delta\theta_1 \times \Delta v_2 + 2\Delta v_1 \times \Delta\theta_2 + 2\Delta\theta_2 \times \Delta v_2) \Big\}$$
(23)

式中: Δv_1 、 Δv_2 、 $\Delta \theta_1$ 、 $\Delta \theta_2$ 分别为加速度计测量的相 邻 2个速度增量和陀螺仪测量的相邻 2个角增量。

$$\boldsymbol{\beta}_{v}(t) = -\int_{0}^{t} \int_{0}^{t} (\boldsymbol{C}_{n(\tau)}^{n(0)}) \boldsymbol{g}^{n} d\tau d\tau_{1} = -\sum_{k=0}^{M-1} \left(T \sum_{m=0}^{k-1} \boldsymbol{C}_{n(t_{m})}^{n(0)} \left(TI + \frac{T^{2}}{2} \boldsymbol{\omega}_{in}^{n} \times \right) \boldsymbol{g}^{n} + \boldsymbol{C}_{n(t_{k})}^{n(0)} \left(\frac{T^{2}}{2} I + \frac{T^{2}}{6} \boldsymbol{\omega}_{in}^{n} \times \right) \boldsymbol{g}^{n} \right)$$
(24)

根据双矢量定姿算法可得

$$\boldsymbol{C}_{b}^{n}(0) = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\beta}_{v}(t_{k1})]^{\mathrm{T}} \\ [\boldsymbol{\beta}_{v}(t_{k1}) \times \boldsymbol{\beta}_{v}(t_{k2})]^{\mathrm{T}} \\ [[\boldsymbol{\beta}_{v}(t_{k1}) \times \boldsymbol{\beta}_{v}(t_{k2})] \times \boldsymbol{\beta}_{v}(t_{k1})]^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\alpha}_{v}(t_{k1}) \times \boldsymbol{\beta}_{v}(t_{k1})]^{\mathrm{T}} \\ [[\boldsymbol{\alpha}_{v}(t_{k1}) \times \boldsymbol{\alpha}_{v}(t_{k2})]^{\mathrm{T}} \\ [[\boldsymbol{\alpha}_{v}(t_{k1}) \times \boldsymbol{\alpha}_{v}(t_{k2})] \times \boldsymbol{\alpha}_{v}(t_{k1})]^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(25)

4 最优估计精对准

在晃动基座下,当载体受到角晃动和线振动干扰时,对准过程中必须考虑 $\omega_{nb}^{n} 、 \omega_{en}^{n} , 忽略对准中的天向速度误差、位置误差,建立速度误差方程、姿态误差方程如下:$

$$\begin{split} \delta \dot{v}_{\rm E}^{n} &= -f_{\rm U}^{n} \phi_{\rm N} + f_{\rm N}^{n} \phi_{\rm U} + \frac{v_{\rm N}^{n} \tan L}{R} \, \delta v_{\rm E}^{n} + \\ & \left(2 \boldsymbol{\omega}_{ie} \sin L + \frac{v_{\rm E}^{n} \tan L}{R} \right) \delta v_{\rm N}^{n} + C_{b}^{n} (1, :) C_{s}^{b} \nabla^{s} \\ \delta \dot{v}_{\rm N}^{n} &= f_{\rm U}^{n} \phi_{\rm E} - f_{\rm E}^{n} \phi_{\rm U} - \left(2 \boldsymbol{\omega}_{ie} \sin L + \frac{v_{\rm E}^{n} \tan L}{R} \right) \delta v_{\rm E}^{n} + \\ & C_{b}^{n} (2, :) C_{s}^{b} \nabla^{s} \tag{26} \\ \dot{\phi}_{\rm E} &= \left(\boldsymbol{\omega}_{ie} \sin L + \frac{v_{\rm E}^{n} \tan L}{R} \right) \phi_{\rm N} - \\ & \left(\boldsymbol{\omega}_{ie} \cos L + \frac{v_{\rm E}^{n}}{R} \right) \phi_{\rm U} - \frac{\delta v_{\rm N}^{n}}{R} + C_{b}^{n} (1, :) C_{s}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{s} \\ \dot{\phi}_{\rm N} &= - \left(\boldsymbol{\omega}_{ie} \sin L + \frac{v_{\rm E}^{n} \tan L}{R} \right) \phi_{\rm E} - \\ & \frac{v_{\rm N}^{n}}{R} \phi_{\rm U} + \frac{\delta v_{\rm E}^{n}}{R} + C_{b}^{n} (2, :) C_{s}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{s} \\ \dot{\phi}_{\rm U} &= \left(\boldsymbol{\omega}_{ie} \cos L + \frac{v_{\rm E}^{n}}{R} \right) \phi_{\rm E} + \frac{v_{\rm N}^{n}}{R} \phi_{\rm N} + \\ & \frac{\delta v_{\rm E}^{n} \tan L}{R} + C_{b}^{n} (3, :) C_{s}^{b} \boldsymbol{\varepsilon}^{s} \tag{27} \end{split}$$

式中:R为半径; $C_b^u(i,:)$ 为 C_b^v 中第*i*行元素所组成 的1×3的矩阵(*i*=1,2,3); ϕ_U 为天向姿态误差; f_U^v 为天向上的比力分量在导航系下的投影,U为方向 中的天向。

由于初始对准时间不长,将陀螺漂移和加速度 计零偏都看成随机常数,即

$$\begin{cases} \dot{\nabla}^{s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(28)

进一步构建卡尔曼滤波状态方程为



选取速度误差 ∂v" 为观测量,建立系统量测方 程为

$$Z = HX + V \tag{30}$$

式中: $H = [I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 3} \quad 0_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 3}]; V 为系统观测 噪声, 是 N(0, Q) 的高斯白噪声过程。$

为便于计算机进行卡尔曼滤波递推计算,对系 统状态方程和量测方程进行离散化处理,离散后的 状态方程和量测方程分别为

$$\boldsymbol{X}_{k} = \boldsymbol{\varPhi}_{k,k-1} \boldsymbol{X}_{k-1} + \boldsymbol{\varGamma}_{k-1} \boldsymbol{W}_{k-1}$$
(31)

$$Z_k = H_k X_k + V_k \tag{32}$$

式中: X_k 为k时刻的状态矢量,即被估计的状态矢量; Z_k 为k时刻的量测矢量; $\boldsymbol{\sigma}_{k,k-1}$ 为系统一步转移 矩阵,近似有 $\boldsymbol{\sigma}_{k,k-1} \approx I + FT + \frac{1}{2}F^2T^2$;T为滤波 周期; $\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}$ 为系统噪声驱动矩阵,近似有 $\boldsymbol{\Gamma}_{k-1} \approx$ $T\left(I + \frac{1}{2}FT\right)G$; $H_k = H$; W_{k-1} 、 V_k 为对应离散化 后的噪声序列,方差阵分别为 \boldsymbol{Q}_k 、 R_k 。

在建立好状态方程及量测方程后,需要通过卡尔 曼滤波完成失准角的最优估计。由于惯导系统自身 是非线性系统,状态方程是经过小角度假设一阶近似 而来的线性方程,状态越小,近似的准确性越高。反 馈校正是将误差的估计值反馈到惯导系统内,对系统 内部的状态进行校正,将校正后的值作为下一解算周 $\dot{X} = FX + GW$ (29) 式中:状态变量为X= $\left[\delta v_E^n \ \delta v_N^n \ \phi_E \ \phi_N \ \phi_U \ \nabla_x \ \nabla_y \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \right]^{\mathrm{T}}; F$ 为状态矩阵; $G = \begin{bmatrix} (C_b^n C_s^b)(1; 2, 1; 2) & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 2} & C_b^n C_s^b \\ 0_{5 \times 2} & 0_{5 \times 3} \end{bmatrix}$ 为噪 声驱动矩阵; $W = [(w_{\delta v}(1; 2))^{\mathrm{T}} \ (w_{\phi})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为 N(0, Q)的高斯白噪声,Q为功率谱密度。

$$\begin{array}{cccc} -f_{U}^{n} & f_{N}^{n} & (C_{b}^{n}C_{s}^{b})(1,1;2) & \mathbf{0}_{1\times3} \\ 0 & -f_{E}^{n} & (C_{b}^{n}C_{s}^{b})(2,1;2) & \mathbf{0}_{1\times3} \\ \boldsymbol{\omega}_{ie}\sin L + \frac{v_{E}^{n}}{R} & -\left(\boldsymbol{\omega}_{ie}\cos L + \frac{v_{E}^{n}}{R}\right) & \mathbf{0}_{1\times2} & (C_{b}^{n}C_{s}^{b})(1,:) \\ - \frac{v_{N}^{n}}{R} & 0 & \mathbf{0}_{1\times2} & (C_{b}^{n}C_{s}^{b})(2,:) \\ \frac{v_{N}^{n}}{R} & 0 & \mathbf{0}_{1\times2} & (C_{b}^{n}C_{s}^{b})(2,:) \\ \frac{v_{N}^{n}}{R} & 0 & \mathbf{0}_{1\times2} & (C_{b}^{n}C_{s}^{b})(3,:) \\ \mathbf{0}_{2\times1} & \mathbf{0}_{2\times1} & \mathbf{0}_{2\times2} & \mathbf{0}_{2\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times1} & \mathbf{0}_{3\times1} & \mathbf{0}_{3\times2} & \mathbf{0}_{3\times3} \end{array} \right)$$

期的初值,并将误差状态置为0,开始下一周期的滤波 估计;此时滤波器估计的状态是经过校正的状态,在 数值上小于输出校正中滤波器所估计的状态。因此, 相比输出校正,采用反馈校正可以更精确地反映系统 误差状态的变化。在反馈校正中,每个滤波校正周期 后需将误差状态 *X*_{k-1}置为0以进行下一滤波周期。 此时递推过程可简化为4步,即

一步预测均方误差方程:

$$\boldsymbol{P}_{k,k-1} = \boldsymbol{F} \boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}$$
(33)

滤波增益方程:

$$K_{k} = P_{k,k-1} H_{k}^{\mathrm{T}} (H_{k} P_{k,k-1} H_{k}^{\mathrm{T}} + R)^{-1} \quad (34)$$

状态估计方程:

$$\hat{X}_k = K_k Z_k \tag{35}$$

估计均方误差:

$$\boldsymbol{P}_{k} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_{k} \boldsymbol{H}_{k}) \boldsymbol{P}_{k,k-1}$$
(36)

5 仿真验证

5.1 仿真条件

设置初始对准总时间为600s,其中粗对准 150s,精对准450s,同时设置系统参数见表1。初 始估计均方误差阵P(0)、系统噪声强度阵Q以及量 测噪声强度阵R均取中等精度陀螺对应值,分别为 $P(0) = \operatorname{diag} [(0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (0.02 (^\circ)/h)^2, (0.02 (^\circ)/h)^2, (0.02 (^\circ)/h)^2]$ $Q = \operatorname{diag} [(50 \,\mu\text{g})^2, (50 \,\mu\text{g})^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2]$ $R = \operatorname{diag} [(0.1 \,\text{m/s})^2, (0.1 \,\text{m/s})^2]$

表1 系统参数设置 Tab.1 Settings of the system parameters

参数	数值
采样频率/Hz	100
IMU旋转角速率/((°)•s ⁻¹)	10
初始位置	(116.35°E, 39.98°N)
初始速度 $/(m \cdot s^{-1})$	0
初始失准角	$(1^\circ, 1^\circ, 1^\circ)$
陀螺常值漂移/((°)• h^{-1})	0.02
陀螺随机漂移/((°)• h^{-1})	0.01
加速度计常值零偏/µg	100
加速度计随机偏置/µg	50

在晃动基座下,假设俯仰角θ、横滚角γ和航向 角ψ的变化如下:

$$\theta = \theta_{\rm m} \cos(\omega_{\theta} t + \theta_{\rm 0})$$

$$\gamma = \gamma_{\rm m} \cos(\omega_{\gamma} t + \gamma_{\rm 0})$$

$$\psi = \psi_{\rm m} \cos(\omega_{\psi} t + \psi_{\rm 0})$$

$$(37)$$

式中: θ_{m} 、 γ_{m} 、 ψ_{m} 分别为俯仰、横滚、航向3个姿态角 变化的最大值,分别为1°、3°、2°; θ_{0} 、 γ_{0} 、 ψ_{0} 为初始相 位,分别为 $\frac{\pi}{4}$ 、 $\frac{\pi}{7}$ 、 $\frac{\pi}{3}$; $\omega_{\theta} = \frac{\pi}{6}$; $\omega_{\gamma} = \frac{\pi}{5}$; $\omega_{\phi} = \frac{2\pi}{15}$ 。

同时,假设载体亦受线振动干扰,由线振动引 起的线速度为

 $V_{D_{i}} = A_{D_{i}}\omega_{D_{i}}\cos(\omega_{D_{i}}t + \varphi_{D_{i}}), i = x, y, z$ (38) 式中:*i*=*x*, *y*, *z*为地理坐标系的东向、北向、天向; $A_{D_{z}} = 0.02$ m, $A_{D_{y}} = 0.03$ m, $A_{D_{z}} = 0.30$ m, $\omega_{D_{z}} = \frac{\pi}{3}, \omega_{D_{y}} = \frac{2\pi}{7}, \omega_{D_{z}} = \frac{\pi}{4}; \varphi_{D_{i}} \to [0, 2\pi] \bot \mathbb{R} \mathbb{K}$ 均 匀分布的随机相位。

5.2 结果与分析

俯仰角θ、横滚角γ、航向角ψ的理想变化如图2 所示,并以此作为参考基准。为对比验证旋转调制 下抗晃动干扰对准方法的效能,设置3个初始对准 方案,见表2。



表 2 初始对准方案 Tab. 2 Initial alignment schemes

编号	方案
方案1	惯性系粗对准(600s)
方案2	惯性系粗对准(150s)+最优估计精对准(450s)
方案3	旋转调制+惯性系粗对准(150 s)+最优估计精对准(450 s)

在上述仿真条件下,首先针对方案1进行仿真 试验,得到姿态角的跟踪变化和姿态误差角,分别 如图3和图4所示。



Fig. 3 Attitude change curves calculated by Scheme 1



Fig. 4 Attitude error angle curves calculated by Scheme 1

可以看出,在角晃动和线振动同时干扰下,在 600 s时,3个姿态误差角分别为0.002753°、 -0.01562°、-1.95°,对准精度不够,尤其是航向角。 因此,在角晃动和线振动同时干扰下,在600 s的时 间里只进行惯性系对准,很难达到导航对于初始对 准精度的要求。

进一步,针对方案2和方案3进行仿真试验,可 得精对准的姿态跟踪变化及3个失准角,分别如图 5~图8所示。







图6 方案3解算的姿态变化曲线









由图5和图6可知,方案2和方案3的姿态角变 化与理论值相比均较为切合,航向角在精对准150s 处基本与理论姿态一致。为进一步定量分析对准 精度,结合图7和图8可知,水平方向失准角收敛速



图 8 方案 2 和方案 3 估计的方位失准角



度快,方位失准角在约150 s处也基本收敛趋于稳 定,方案2对应的3个失准角估计值分别为20.710"、 -44.400"、6.223′,方案3对应的3个失准角估计值 分别为-8.672"、-14.790"、0.113′,较方案2均有 改善,尤其是方位对准精度得到明显提高。分析其 原因,正是由于初始对准精度受等效东向陀螺常值 漂移和加速度计的等效水平方向常值零偏所限,而 方案3中引入的旋转调制技术可实现对转轴垂直方 向陀螺和加速度计的常值误差的自补偿,能够消除 等效东向陀螺常值漂移和等效水平方向加速度计 常值零偏对初始对准精度的影响。因此,旋转调制 下的抗晃动初始对准方法可有效提高晃动基座下 的初始对准精度,能够为后续导航解算提供精确的 初始姿态信息。

6 结束语

本文针对晃动基座下初始对准精度受限于惯 性器件常值误差的问题,提出了旋转调制下的抗晃 动初始对准方法。通过在对准过程中引入旋转调 制技术实现了惯性器件常值误差的自补偿。利用 惯性系下的姿态更新跟踪载体姿态有效克服了角 晃动干扰,通过对比力进行双重积分降低了线振动 干扰。进一步通过旋转调制下的最优估计精对准 改善了初始对准精度。仿真结果表明,该方法能够 在克服晃动干扰的同时,解决对准精度受限问题, 有效提高初始对准精度。考虑到单轴旋转调制技 术对转轴方向上的惯性器件输出没有调制效果,因 此下一步还将研究对各个方向惯性器件输出均有 调制效果的多轴旋转调制技术。

参考文献

- [1]魏奥博,郑荣.SVR辅助SINS-DVL的水下机器人组 合导航方法[J].舰船科学技术,2020,42(1):165-171.
- [2] 王鼎杰,吕汉峰,吴杰.星光折射辅助惯性/天文紧组合 高精度导航方法[J].中国惯性技术学报,2020,28(1): 74-81.
- [3] 吕维维,程向红,邱伟.基于弹载捷联惯性导航系统精确导航的双欧拉全姿态方法[J].上海航天,2019,36 (1):34-42.
- [4] 侯淑华,梁康,纪文涛,等.晃动基座捷联惯导系统初始 对准迭代方法[J].导航与控制,2018,17(5):63-68.
- [5] 王新龙.捷联式惯导系统动、静基座初始对准[M].西 安:西北工业大学出版社,2013:114-119.
- [6] 秦永元,严恭敏,顾冬晴,等.摇摆基座上基于信息的捷 联惯导粗对准研究[J].西北工业大学学报,2005(5): 140-143.
- [7]严恭敏,白亮,翁浚,等.基于频域分离算子的SINS抗 晃动干扰初始对准算法[J].宇航学报,2011,32(7): 1486-1490.
- [8] 颜开思,刘亚龙.晃动基座下的SINS初始对准方法研究[J].现代导航,2017(4):249-252.
- [9] 王跃钢,杨家胜.晃动基座下捷联惯导的抗干扰自对准 算法[J].控制与决策,2014(3):165-169.
- [10] 薛海建,郭晓松,张东方,等.基于四元数的捷联惯导惯 性系晃动基座白对准算法[J].上海交通大学学报, 2016,50(3):419-424.
- [11] LIU Y, XU X, LIU X, et al. A self-alignment algorithm for SINS based on gravitational apparent motion and sensor data denoising [J]. Sensors, 2015, 15(5):9827-9853.
- [12] WU Y, PAN X. Velocity/position integration formula part II : application to strapdown inertial navigation computation [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2013, 49(2):1024-1034.
- [13] CHANG L, LI J, CHEN S. Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(3): 784-794.
- [14] 沈玉芃,杨文钰,朱鹤,等.2020年国外惯性技术的发展 与展望[J].飞航导弹,2021(4):7-12.
- [15] 黄昊,邓正隆.旋转矢量航姿算法的一种新的表达式 [J].宇航学报,2001,22(3):92-98.