

碳纤维增强树脂基复合材料本构模型研究进展

高钰堤¹, 孙成文¹, 卓景舒¹, 郭国强², 贾坤³, 季霞^{1,4}

(1. 东华大学机械工程学院, 上海 201620; 2. 上海航天精密机械研究所, 上海 201600;
3. 经纬纺织机械股份有限公司, 北京 100176; 4. 上海市现代纺织前沿科学研究基地, 上海 201620)

摘要: 碳纤维增强树脂基复合材料具有高比强度、高比模量、耐腐蚀性、耐热性和热稳定性等优异性能, 在航空航天、交通运输和新能源等领域得到了广泛应用。目前, 碳纤维复合材料的本构模型通常采用实验法或者有限元法得到, 但因其复杂的材料结构和多轴加载失效机制, 材料的本构模型构建更具有挑战性。本文系统综述了文献报道的有关碳纤维增强树脂基复合材料本构模型的相关研究进展。首先, 概述了碳纤维增强树脂基复合材料本构模型构建的研究现状; 其次, 从单向碳纤维复合材料本构模型入手, 分别阐述碳纤维和树脂基体的应力应变关系, 以及复合材料的本构计算方法; 再次, 分析三维编织复合材料的力学结构, 将单向碳纤维复合材料本构模型扩展到多向碳纤维复合材料渐进损伤本构模型; 最后, 对碳纤维增强树脂基复合材料本构模型的发展趋势进行了展望。

关键词: 复合材料; 本构模型; 渐进损伤; 失效准则; 解析建模

中图分类号: TB 332

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2025.01.007

引用格式: 高钰堤, 孙成文, 卓景舒, 等. 碳纤维增强树脂基复合材料本构模型研究进展[J]. 上海航天(中英文), 2025, 42(1): 68-81.

Research Progresses in Constitutive Models for Carbon Fiber Reinforced Resin Matrix Composites

GAO Yudi¹, SUN Chengwen¹, ZHUO Jingshu¹, GUO Guoqiang², JIA Kun³, JI Xia^{1,4}

(1. College of Mechanical Engineering, Donghua University, Shanghai 201620, China; 2. Shanghai Spaceflight Precision Machinery Institute, Shanghai 201600, China; 3. Jingwei Textile Machinery Co., Ltd., Beijing 100176, China;
4. Shanghai Frontier Science Research Center for Modern Textiles, Shanghai 201620, China)

Abstract: Carbon fiber reinforced resin matrix composites have been widely used in aerospace, transportation, and new energy fields due to their excellent properties such as high specific strength, high specific modulus, corrosion resistance, heat resistance, and thermal stability. At present, the constitutive models for carbon fiber composites are generally obtained by experimental methods or finite element methods, but the analytical modeling is still challenging due to their complex microstructures and multiaxial loading failure mechanisms. Therefore, a systematic review of the relevant research progresses reported in the literature on the analytical modeling of constitutive models for carbon fiber reinforced resin matrix composites is presented. First, the current status of research on the construction of constitutive models for carbon fiber reinforced resin matrix composites is outlined. Second, starting from the constitutive models for unidirectional carbon fiber composites, the relationships between the stress and strain of the carbon fiber and the resin matrix are analyzed separately, and the corresponding calculation methods of the constitutive models for the composites are described. Third, the mechanical structures of three-dimensional braiding composites are analyzed, and the constitutive models for unidirectional carbon fiber composites is extended to develop the progressive damage constitutive models for multi-directional carbon fiber composites. Finally, the development trends of the constitutive models for carbon fiber reinforced resin matrix composites is put forward.

收稿日期: 2024-12-10; **修回日期:** 2024-12-23

基金项目: 国家自然科学基金面上资助项目(52175384); 上海市现代纺织前沿科学研究基地资助项目(24S10102)

作者简介: 高钰堤(1998—), 男, 博士生, 主要研究方向为三维编织碳纤维树脂基复合材料加工的力学性能分析。

通信作者: 季霞(1983—), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为高性能精密加工技术、三维编织复合材料加工等。

Key words: composite material; constitutive model; progressive damage; failure criterion; analytical modeling

0 引言

碳纤维增强树脂基复合材料具有高强度重量比、高模量、耐腐蚀性、耐热性和热稳定性等优异性能,在航空航天、交通运输和新能源等领域广泛应用。三维编织复合材料具有空间结构,避免了传统层压复合材料层间强度低、分层阻力低等缺陷。三维编织复合材料优异的综合力学性能高度满足航空航天结构件对轻量化和高承载能力的要求。由于复合材料结构复杂性、失效形式多样,因此准确描述其本构关系具有一定的挑战性。国内外学者进行了大量研究,主要包括建立结构模型^[1-4]、刚度和强度特性预测^[5-9]、力学性能分析^[10-12]以及各种载荷下的损伤和失效机制研究^[13-18]。

单向纤维增强复合材料由纱线、基体和界面 3 部分组成。纱线承受主要载荷,并提供复合材料的结构刚度和强度。基体起支撑作用,固定纤维并在纤维之间分散负荷。界面是纱线和基体的桥梁,决定了应力的传递方式及分布。针对单向纤维增强复合材料本构模型的力学性能分析。ZHOU 等^[19-20]使用单独的霍普金森杆对碳纤维复合材料进行了动态拉伸试验。结果表明,碳纤维可以认为是应变速率不敏感的,但复合材料的拉伸强度和临界应变随着应变速率的增加而增加。BING 等^[21]提出了一种在压缩中测试高模量纤维增强复合材料的技术。研究发现,在试样的接触端涂覆钛涂层可以大大减少接触摩擦,并且可以实现均匀的应力。CHEVALI 等^[22]使用经验模型和积分形式来预测玻璃纤维增强尼龙复合材料的温度依赖性蠕变行为。在层压单向纤维增强复合材料中,损伤通常是微观尺度或成分水平的基体开裂或界面脱粘引发的,并在基体和或界面中传播。CANAL 等^[23]使用空隙成核模型来研究弱纤维基体界面问题和失效的微观力学。LIAO 等^[24]开发了一种碳纳米管改性的单向纤维增强塑料层压板在冲击载荷下的本构模型,模型引入了基体修正因子和残余强度因子进行修改。

三维编织复合材料结合了传统复合材料的优点和三维空间结构,具有高夹层强度和高剪切刚度^[8,25]。使用多尺度分析方法能够在微观、介观和宏观层面研究三维编织复合材料结构对材料性能

的影响,揭示纤维、基体及界面在微观尺度上的力学特性如何通过介观编织结构传递到宏观响应中,从而准确预测材料在复杂载荷和环境条件下的力学行为^[26-27]。因此,三维编织复合材料的多尺度力学性能分析研究一直是人们关注的焦点。FANG 等^[14,28]利用 Hashin 准则研究了三维编织复合材料在单向拉伸和压缩下的渐进损伤。LU 等^[29]描述了三维编织复合材料的单轴拉伸行为和渐进损伤过程,并研究了界面性能的影响。ZHANG 等^[30]通过实验和数值模拟相结合的方法研究了三维编织复合材料压缩行为的热老化退化机理。细观力学提供了计算纤维和树脂基体的应力应变方法^[31-32]。SHOKRIEH 等^[33]利用桥联模型,提出了新的三维编织复合材料刚度分析的解析模型。GUO 等^[34]在设计复合材料接头结构时,通过细观力学计算了三维编织复合材料的拉伸常数。LI 等^[35]采用三单胞模型和细观力学方法研究了三维五向编织复合材料的刚度和强度性能。部分研究人员在计算复合材料的刚度矩阵时都简单地使用了刚度叠加法,而忽略了纤维与树脂基体之间的应力关系。因此采用改进的细观力学方法,用桥联模型和均匀化理论来建立三维编织复合材料本构的解析模型。

对于纤维增强复合材料, TSAI^[36]假设材料失效准则的数学形式与 HILL^[37]假设的屈服准则相同。HOFFMAN^[38]提出了正交各向异性脆性材料的断裂条件,其中包含 9 个材料参数。此外,可以解释在各个方向上的拉伸和压缩强度的广泛差异。TSAI 等^[39]从 2 个强度张量的标量函数中开发了一种操作简单的各向异性材料强度准则,这是对大多数现有屈服面二次近似的改进。MATZENMILLER 等^[40]基于 Hashin 准则提出了描述纤维增强复合材料弹脆性行为的损伤模型。在损伤模型中,采用了 5 个损伤变量来控制弹性模量的折减。ZHOU 等^[41]提出了一种形式统一的三维 Hashin 型准则,在三维复合材料刚度矩阵中考虑了剪切非线性,以研究平纹编织复合材料在各种单轴和双轴载荷下的渐进损伤行为。

本文旨在系统总结和分析了碳纤维增强树脂基复合材料本构模型的研究进展。

1 单向碳纤维复合材料本构建模

1.1 单向碳纤维树脂基复合材料本构模型

单向碳纤维树脂基复合材料模型如图 1(a)所示。1 方向(纵向)在纤维方向上,2 方向(横向)在纤维垂直方向上。由于碳纤维的模量比环氧基的模量大 2 个数量级,因此沿 1 方向的载荷由纤维主导,弹性性能不应随应变速率发生显著变化。2 方向的加载以基体为主,该方向的应力-应变曲线会表现出更显著的速率依赖性。

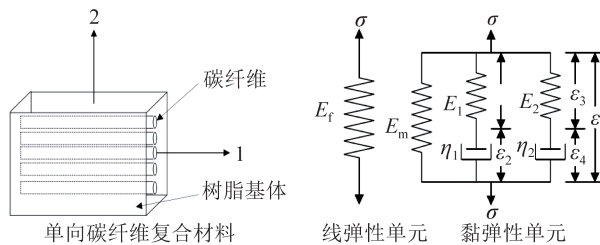
为了确定单向碳纤维复合材料的本构模型,将弹簧与两个麦克斯韦单元并联,得到黏弹性材料随时间变化的本构方程。为了得到更精确的模型,最好使用更多的麦克斯韦单元,但随着麦克斯韦单元数量的增加,计算变得更加复杂。而 2 个麦克斯韦单元组成的模型由图 1(a)得到树脂基体的高应变率响应。复合材料的力学行为可以通过并联模型来描述,将纤维和基体看作是两个协同工作的单元:纤维单元呈现线弹性行为,而基体单元表现为黏弹性。由图 1(a)基础公式可知,纤维的应力与应变关系服从胡克定律,而基体则可能表现出更为复杂的黏弹性响应。由于纤维和基体在纤维方向的应变相等,复合材料整体的应力是纤维和基体应力的体积分数加权。

图 1 显示了单向碳纤维复合材料在各向上的本构模型。在单向纤维增强复合材料中,由于纤维与基体之间的界面结合牢固,在纤维方向上两者的应变始终保持一致。对图 1(b)展示的并联模型进行分析,纤维提供了刚性增强作用,而基体通过黏弹性特性吸收能量,共同决定了复合材料在轴向载荷下的性能。图 1(b)轴向公式中的第 1 项描述了材料的线弹性行为,后两项则反映了材料的应变率强化

效应。当 $V_i=0$ 时,即可退化成基体材料常应变率下的应力应变关系。

单向纤维增强复合材料的横向应力-应变行为不同于纤维方向的轴向性能,其主要受基体材料的力学特性和纤维-基体界面结合强度的影响。在横向加载下,由于纤维通常具有较高的刚性和低的横向变形能力,基体成为主要承载的材料,同时界面的剪切效应在应力传递过程中起关键作用。然而,由于界面脱粘和基体开裂等损伤机制的存在,复合材料的横向强度通常远低于其轴向强度,且表现出显著的非线性特性,这对结构设计和损伤预测提出了更高的要求。因此,可以用图 1(c)的线弹性单元和黏弹性基体串联的模型表示单向纤维增强复合材料横向应力应变关系。图 1(c)公式中的第 1 项描述了材料的线弹性行为,后两项则反映了材料的应变率强化效应。

在单向纤维增强复合材料中,轴向剪切应力-应变行为的分析主要关注纤维与基体之间的应力传递及界面作用机制。由于纤维具有高弹性模量且承载能力强,而基体通常表现出较低的剪切刚度并起到传递载荷的作用,因此轴向剪切应力主要由基体承担,而纤维在界面结合的约束下起到刚性支撑的作用。在低剪切应力下,复合材料的应力-应变关系通常表现为线性,此时界面处于弹性范围,纤维与基体协同工作。当剪切应力增大到一定临界值时,界面可能发生滑移或脱粘,导致复合材料的非线性响应,甚至可能引发失效。在微观尺度上,剪切应力分布受到纤维体积分数、基体材料性能以及界面结合强度的显著影响。对比图 1(c)和图 1(d)发现,轴向剪切本构模型与横向本构模型有相同的形式,图 1(d)公式中的第 1 项也是描述了材料的线弹性行为,后两项则反映了材料的应变率强化效应。



(a) 单向碳纤维复合材料本构模型

图 1 单向碳纤维复合材料在各向上的本构模型^[42-45]

Fig.1 Constitutive models for unidirectional carbon fiber composites in all directions^[42-45]

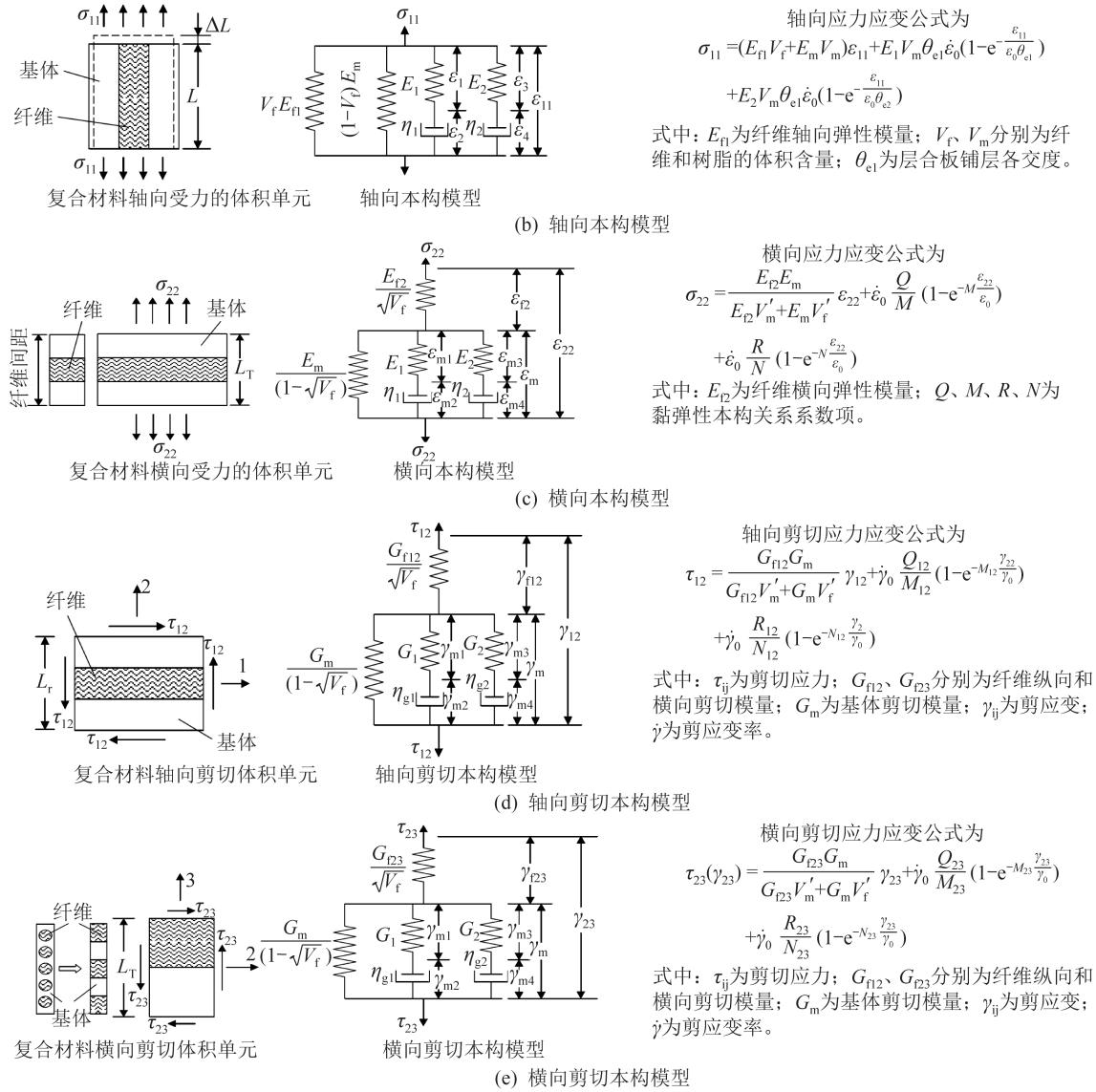
基础应力应变公式为

线弹性: $\sigma_f = E_f \varepsilon$

黏弹性: $\sigma_m(t) = \int_0^t E_f(t-\tau) \dot{\varepsilon} d\tau$

$$E_f(t) = E_m + E_1 e^{-\frac{t}{\eta_1}} + E_2 e^{-\frac{t}{\eta_2}}$$

式中: σ_f 为纤维上的应力; E_f 为纤维的弹性模量; σ_m 为树脂的应力; E_m 为树脂的弹性模量; E_i 为材料松弛模量; $E_i (i=1,2)$ 为材料弹性模量; η_i 为黏性单元阻尼系数; $\dot{\varepsilon}$ 为应变率。



续图 1 单向碳纤维复合材料在各向上的本构模型^[42-45]

Continued fig.1 Constitutive models for unidirectional carbon fiber composites in all directions^[42-45]

单向纤维增强复合材料在横向剪切加载下的应力-应变行为受纤维、基体共同影响。由于纤维的高纵向刚性和低横向剪切性能,横向剪切主要由基体承载,同时纤维对基体提供约束作用。基体的黏弹性特性、纤维体积分数以及界面结合强度决定了剪切刚度和变形特性。在小应变范围内,复合材料的横向剪切响应可近似为线弹性,其剪切模量通过微观力学模型预测;在大应变或长时间加载下,基体的非线性行为和界面滑移可能导致显著的剪切松弛或失效。因此,可以用图 1(e)所示的线弹性单元和黏弹性单元串联的模型表示单向纤维增强复合材料横向剪切应力应变关系。

1.2 混合法则与桥联法则

混合方法被用于计算复合材料的弹性模量。该模型假设增强纤维体积分数与复合材料的弹性模量之间存在线性关系。传统的 Halpin-Tsai 模型考虑了两相复合材料的横向模量的近似值,而忽略了界面效应^[46]。界面的性质对复合材料的宏观响应有显著影响,三相模型^[47]更适合解释各相之间载荷相互之间的作用。改进的 Halpin-Tsai 模型将三相复合模型分为 2 个两相复合模型,再使用两步均匀化方法,以便将界面参数引入 Halpin-Tsai 公式。两步均质化方法如图 2 所示。子模型 1 由增强纤维和界面组成,子模型 2 由树脂基体组成,

而子模型 3 是由“新纤维”(即子模型 1)和树脂基体组成的均一体。在子模型 1 中,由纤维和界面相

组成的混合相嵌入树脂基体中,将两者融为一体。

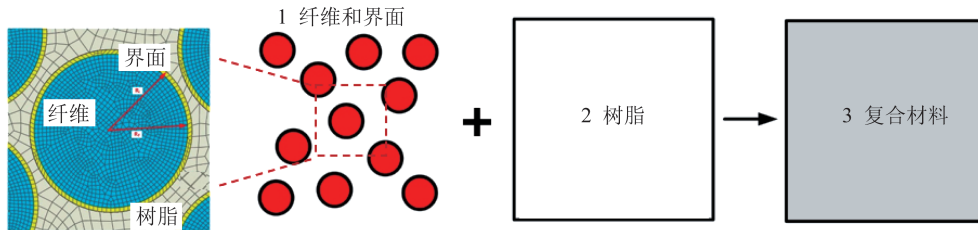


图 2 两步均质法^[48]

Fig.2 Two-step homogenization^[48]

黄争鸣^[49]提出桥联模型 $[A_{ij}]$ 表示复合材料中一个组成相(纤维或基体)相对于另一相的载荷分担能力。YAO等^[50]提出碳纤维增强复合材料容易分层。纤维桥接是分层中经常观察到的一种重要屏蔽机制。这些桥接纤维的存在会显著增加层间电阻,因此在复合材料层压板中表示这种现象以表征分层至关重要。桥联模型通过将纱线和基体的局部力学行为(如应力、应变和损伤演化)映射到整体复合材料的宏观响应,实现多尺度间的信息传递。这对于捕捉编织结构中纤维交织对整体刚度和强度的贡献至关重要。在损伤分析中,纱线的断裂、基体的开裂及纤维-基体界面的脱粘等细观损伤机制对材料的性能退化具有显著影响。桥联模型能够整合这些局部损伤模式,统一到材料整体的渐进损伤演化框架中,为复合材料在复杂应力状态下的失效分析提供理论支持。

2种法则的对比见表1。

表 1 混合法则和桥联法则的特点分析^[49]

Tab.1 Characterization of the mixing and bridging principles^[49]

| 特性 | 混合法则 | 桥联法则 |
|------|--------------|------------------|
| 复杂性 | 简单,公式直观 | 复杂,需要结合微观力学模型 |
| 适用范围 | 单向纤维复合材料,线弹性 | 非线性分析、多轴加载、失效行为 |
| 物理机理 | 基于体积分数的加权平均 | 考虑纤维-基体一界面的应力传递 |
| 计算精度 | 精度有限,适用理想条件 | 精度高,能反映界面效应和局部行为 |

2 三维编织碳纤维复合材料的本构建模

在研究三维编织复合材料的力学性能时,通常的做法是定义一个体积单元,该单元小到足以反映

结构细节,但又大到足以代表复合材料的整体响应。这样的体积元素,称为单胞单元。目前已经做出了许多研究和分析三维编织预制件的结构特征^[51]。一般来说,建立的模型可分为2类:力学等效模型、单胞几何模型,见表2。

表 2 三维编织结构件的力学等效模型和单胞几何模型

Tab.2 Mechanical equivalent models and single-cell geometric models for 3D braided structural components

| 模型类型 | 典型模式 |
|--------|--------|
| 力学等效模型 | 纤维倾斜模型 |
| | 螺旋模型 |
| 单胞几何模型 | 三单胞模型 |
| | 多单胞模型 |

2.1 力学等效模型

2.1.1 纤维倾斜模型

YANG等^[52]提出了基于经典层合板理论的纤维倾斜模型,用于预测三维编织复合材料的弹性性能。编织预成型件中的理想单元格被构造,如图3所示。图3(a)中的 a 、 b 和 c 分别为晶胞的长度、宽度和厚度,纤维倾斜模型单元晶胞中纤维束的结构如图3(b)所示。在纤维倾斜模型中,纱线在单胞体中心处相互渗透。

2.1.2 螺旋模型

为了避免纤维倾斜模型中纱线的相互渗透,KALIDINDI等^[53]提出了基于代表体积元的螺旋模型,并基于WAM^[54]预测了三维编织复合材料的弹性性能。螺旋模型如图4所示,其中4个对角方向上的纱线被弯曲以避免在单位单元的主体中心处的纱线交叉。纱线的曲率由对角线纱线的顶点和中点决定。由于上述模型主要是基于力学等效性提出的,不能反映三维编织预制件的实际结构。

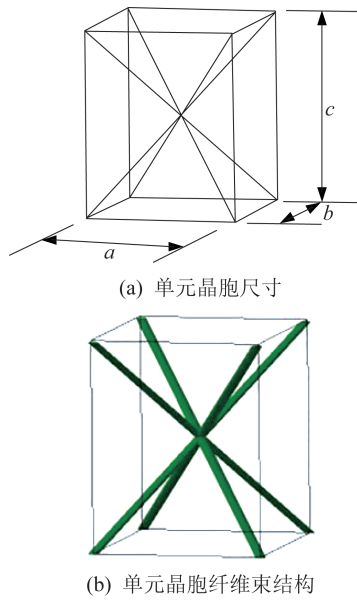


图 3 三维编织预成型体的理想单胞

Fig.3 Ideal single cell for three-dimensional braided preforms

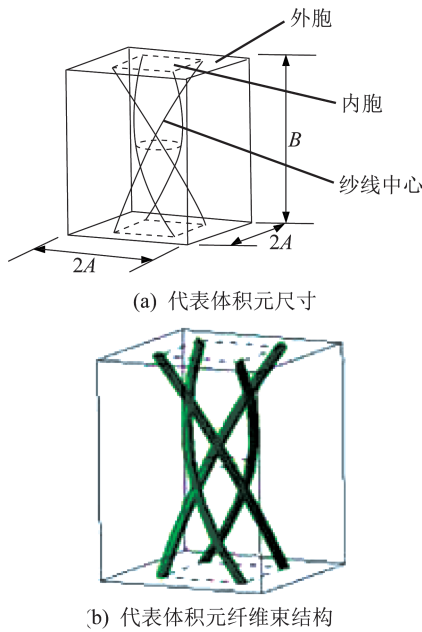


图 4 螺旋模型

Fig.4 Spiral model

2.2 单胞几何模型

为了研究三维编织预制件的真实结构,采用光学显微镜、扫描电子显微镜(Scanning Electron Microscope, SEM)^[35,55-56]、电子计算机断层扫描(Computed Tomography, CT)^[57-59]、X射线^[60-62]等方法对预制件的切割表面进行观察,并建立了一些单胞几何模型。

2.2.1 三单胞模型

在三维编织预制件结构的研究中, WANG等^[1,63-64]提出了三单胞模型,对以后三维编织预制件几何结构的研究产生了很大的影响。XU等^[65]通过使用SEM观察预成型件显微照片并分析预成型件不同区域中的纱线迹线,改进了三维编织预成型件的3个单胞模型。三维编织预成型件中的3个单胞分布如图5所示。

2.2.2 多单胞模型

考虑到三维编织复合材料不同区域的特殊要求, CHEN等^[66]进一步讨论了三维编织复合材料中的多相单元,并在三单胞模型的基础上建立了三维多相编织复合材料中的四单胞模型。LI等^[35]提出了类似的三维五向编织预制件模型,其中单个单胞被进一步分为4个子胞。SHOKRIEH等^[33]在三单胞模型的基础上提出了另一种多单胞模型,其中表面区域被分为内部单胞和外部单胞。在SHOKRIEH的工作之后, XU等^[67]定义了4种类型的晶胞,即内部区域、内表面和外表面区域以及角部区域如图5所示。

图5(a)为一个内部区域单元胞。内部区域单元格中的所有12根纱线被放置在4个不同的位置。拆分成这个单元格的1/4,继续拆分展示了纱线的4种不同的位置。其包含了纱线与 x 轴之间的夹角可以是 $+\gamma$ 或 $-\gamma$ 。纱线在 $Y-Z$ 平面上的投影与 y 轴之间的夹角可以是 $+\phi$ 或 $-\phi$ 。

表面区域单元格可以分为2个子单元格:面内子单元格和面外子单元格,如图5(b)所示。内表面的纱线结构与内部区域相似。内表面区域单元胞和内部区域单元胞的区别在于其尺寸和纤维体积分数。如图5(c)所示,外表面区域的纱线是弯曲的。为了简单起见,这些纱线被认为是一条直线,在图5(c)中用虚线表示。这个区域的纱线可以有4种排列。这些纱线与 x 轴之间的夹角可以是 $+\theta$ 或 $-\theta$ 。纱线在 $Y-Z$ 平面上的投影与 y 轴之间的夹角可以是 0° 或 90° 。

如图5(d)所示,这组纱线最初的形状是螺旋形的,为了简单起见,其被建模为2条直线。纱线在角区可以呈现4种不同的排列。这些纱线之间的夹角如图5(d)所示, x 轴可为 $+\beta$ 或 $-\beta$ 。纱线在 $Y-Z$ 平面上的投影与 y 轴之间的夹角可以是 0° 或 90° 。

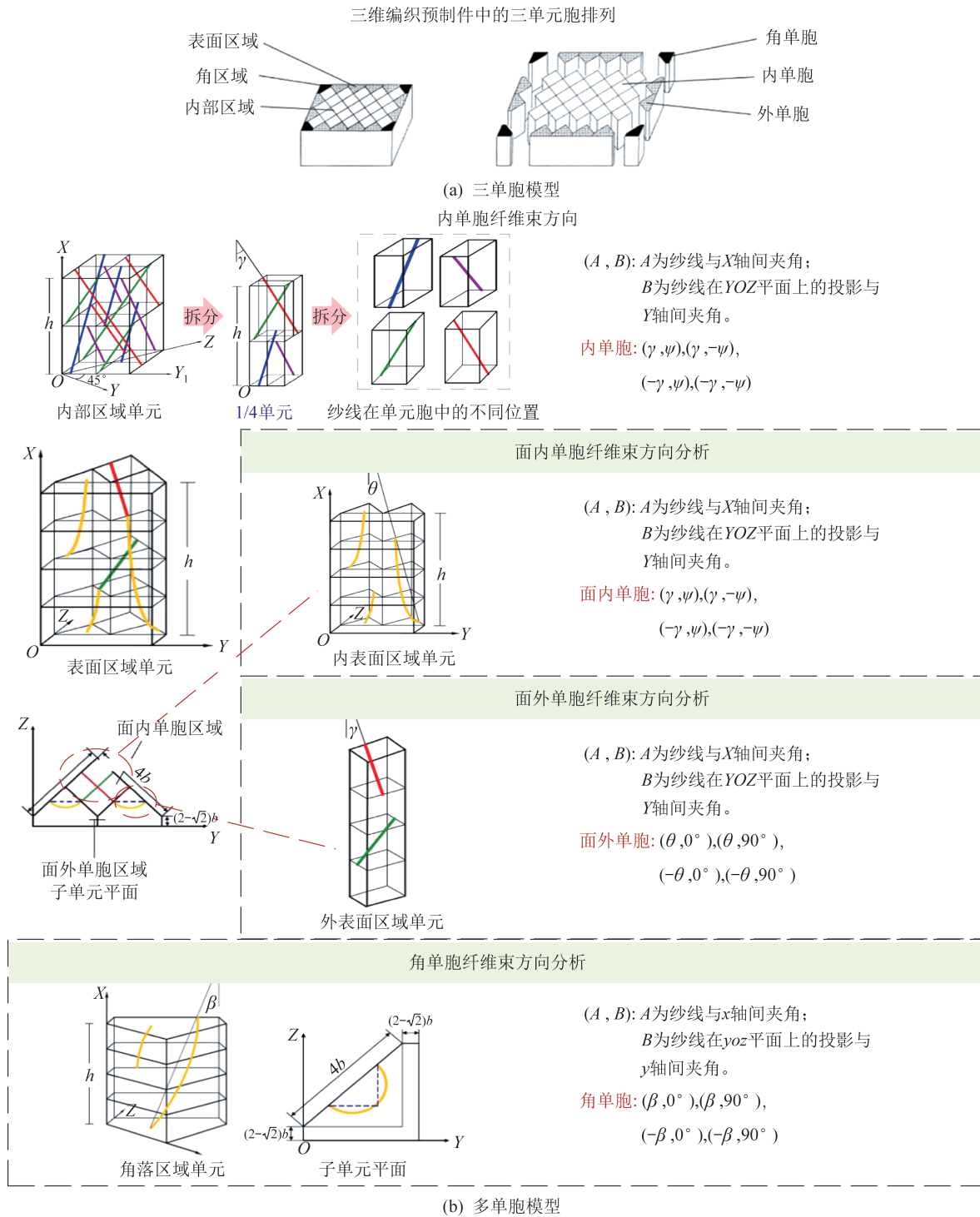


图 5 三维编织复合材料多元单元胞模型^[33, 35, 63-65]

Fig.5 Multivariate single-cell models for three-dimensional braided composites^[33, 35, 63-65]

2.3 三维编织碳纤维复合材料本构模型

WAN等^[68]建立了考虑多尺度和应变率效应的弹塑性本构有限元模型,包括微观尺度上的纤维/基体、纱线的中观尺度代表性体积元、中观尺度晶胞模型、中观尺度全尺寸结构模型以及三维四向编

织复合材料的均质宏观模型。DONG等^[69]系统地推导了三维五向复合材料的本构模型,并给出了简明的解析解。利用轴向纱的虚功原理和应变能理论对不同单元胞模量进行了详细修正,并与试验数据进行了比较。DU等^[70]基于介观结构,考虑了纱线

的真实横截面形状及其接触关系,建立了三维六向编织复合材料的参数化有限元模型。有限元模型准确预测了三维六向编织复合材料的纵向拉伸强度,三维六向编织复合材料的纵向力学性能随着编织角度的增加而降低,而纤维体积分数导致这些特性的增强。TIAN 等^[71]基于三维编织复合材料的内部结构如图 6 所示,建立了三维 n 向($n=5,6,7$)编织结构的参数化晶胞模型。以模型参数对编织结构进行表征,并分析了纤维体积分数与模型参数之间的关系。使用参数化模型进行有限元刚度预测,发现仿真结果与实验数据一致。

SHOKRIEH 等^[33]利用旋转矩阵,将局部坐标系下纱线与纵向之间的夹角纳入模型的全局坐标系中。相对于 X 轴倾斜角度 η 的一组纱线的全局和局部坐标,如图 7 所示。这组纱线在 $Y-Z$ 平面上的投影也以朝向 Y 轴的角度 φ 取向。由多单胞模型得出,模拟的编织复合材料实际上是由 16 个具有不同 η 角和 φ 角的单向复合材料组成。为了获得每个单向复合材料在 $X-Y-Z$ 全局坐标中的刚度矩阵,旋转矩阵已按以下方式乘以局部坐标的刚度矩阵,最后采用体积平均法计算了三维四向编织复合材料的总刚度。由此计算拉伸压缩下的三维编织碳纤维复合材料本构模型。

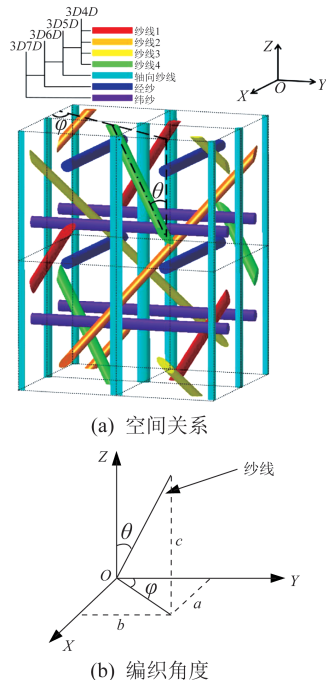


图 6 三维 n 向编织结构中纱线的空间关系^[71]

Fig.6 Spatial relationships of yarns in three-dimensional n -directional braided structures^[71]

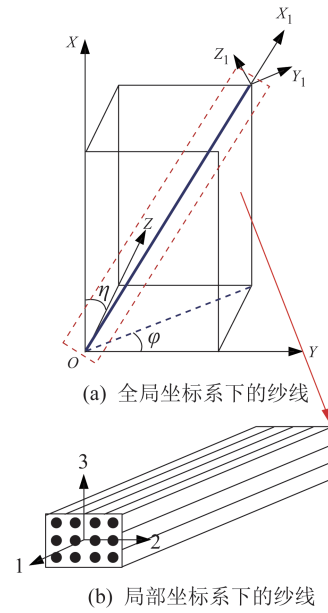


图 7 一组纱线作为全局和局部坐标^[72]

Fig.7 Schematic diagram of a set of yarns as global and local coordinates^[72]

3 碳纤维树脂基复合材料渐进损伤的本构建模

渐进式损伤分析是一个广义术语,适用于允许预测损伤开始和演变的建模方法。自 KACHANOV^[73]关于蠕变断裂的早期工作以来,在连续介质力学的框架内开发了许多损伤模型,并被众多学者用于模拟材料^[74-77]。

3.1 纱线与树脂基体的渐进损伤准则

单轴纤维增强树脂基复合材料的破坏机制包括几种类型的损伤模式。三维 Linde 失效准则^[78-79]沿着与指数损伤演化律^[80]一起广泛用于三维编织复合材料中纱线的分析^[17,29,81]。纱线的渐进损伤准则是用于描述纱线材料在逐步加载过程中性能退化和最终失效的规律。该准则通常基于纱线在拉伸、压缩、剪切等载荷下的应力-应变关系,结合材料的微观结构特性,通过引入损伤变量(如刚度退化系数)来表征材料性能的衰减过程。随着应力或应变水平的增加,纱线的微观损伤(如纤维断裂、界面分离)累积到一定程度时会导致宏观性能下降,最终达到失效点。渐进损伤准则不仅能反映纱线的弹性-塑性行为,还可用于预测其在复杂载荷下的力学响应和破坏模式。

树脂基体的渐进损伤准则是描述树脂基复合材料在外加载荷作用下性能逐步退化和最终失效的行

为模型。该准则通常通过定义损伤变量来表征基体材料在拉伸、压缩、剪切等不同加载条件下的刚度衰减,并结合微观损伤机制(如裂纹萌生与扩展、空洞形成与增长)来预测其非线性力学响应。随着应力或应变的增加,基体内部的微观损伤逐步累积,引起材料

的强度和刚度下降,最终导致宏观失效。渐进损伤准则能够捕捉树脂基体在复杂载荷条件下的力学特性,为复合材料结构设计和失效分析提供理论依据。三维编织碳纤维树脂基复材中纤维、树脂的渐进损伤准则和失效准则见表3和表4。

表 3 三维编织复合材料渐进损伤准则^[82-83]Tab.3 Progressive damage criteria for three-dimensional braided composites^[82-83]

| 损伤模式 | 损伤准则 | 损伤因子 |
|-------------------------|---|--|
| 渐进损伤准则一 ^[83] | $f_i^2 = \begin{cases} \left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \frac{1}{S_{12}^2}(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2) \geq 1, \sigma_1 > 0 \\ \left(\frac{\sigma_1}{X_c}\right)^2 \geq 1, \sigma_1 < 0 \end{cases}$ | $d_i = 1 - \frac{1}{f_i} e^{-\frac{X_c^2}{C_{11}}(f_i - 1)L_c/G_i}$ |
| | $f_m^2 = \begin{cases} \frac{1}{Y_t^2}(\sigma_2 + \sigma_3)^2 + \frac{1}{S_{23}^2}(\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3)^2 + \frac{1}{S_{12}^2}(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2) \geq 1, \sigma_2 > 0 \\ \frac{1}{Y_c} \left[\left(\frac{Y_c}{2S_{23}}\right)^2 - 1 \right] (\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{4S_{23}^2}(\sigma_2 + \sigma_3)^2 + \frac{1}{S_{23}^2}(\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3) + \\ \frac{1}{S_{12}^2}(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2) \geq 1, \sigma_2 < 0 \end{cases}$ | $d_m = 1 - \frac{1}{f_m} e^{-\frac{Y_c^2}{C_{22}}(f_m - 1)L_c/G_m}$ |
| 渐进损伤准则二 ^[82] | $f_i = \sqrt{\frac{\epsilon_{11}^{f,i}}{\epsilon_{11}^{f,c}}(\epsilon_{11})^2 + \left(\epsilon_{11}^{f,i} - \frac{(\epsilon_{11}^{f,i})^2}{\epsilon_{11}^{f,c}}\right)\epsilon_{11}} > \epsilon_{11}^{f,i}$ | $d_i = 1 - \frac{\epsilon_{11}^{f,i}}{f_i} e^{-C_{11}\epsilon_{11}^{f,i}(f_i - \epsilon_{11}^{f,i})L_c/G_i}$ |
| | $f_m = \sqrt{\frac{\epsilon_{22}^{f,i}}{\epsilon_{22}^{f,c}}(\epsilon_{22})^2 + \left(\epsilon_{22}^{f,i} - \frac{(\epsilon_{22}^{f,i})^2}{\epsilon_{22}^{f,c}}\right)\epsilon_{22} + \left(\frac{\epsilon_{22}^{f,i}}{\epsilon_{12}^{f,c}}\right)(\epsilon_{12})^2} > \epsilon_{22}^{f,i}$ | $d_m = 1 - \frac{\epsilon_{22}^{f,i}}{f_m} e^{-C_{22}\epsilon_{22}^{f,i}(f_m - \epsilon_{22}^{f,i})L_c/G_m}$ |

表 4 纤维和树脂的失效准则

Tab.4 Failure criteria of fibers and resins

| 标准 | 公式 | 附加条件 |
|---|---|--|
| 纤维最大应力准则的失效条件 | $\sigma_1 \geq X_T, \sigma_1 \geq X_C$ | |
| 纤维最大应变准则的失效条件 | $\epsilon_1 \geq \epsilon_{1T}, \epsilon_1 \geq \epsilon_{1c}$ | |
| Hashin-3D 纤维拉伸失效条件 ^[84] | $\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \frac{1}{S_{12}^2}(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2) \geq 1$ | |
| Maimi 纤维压缩失效条件 ^[85] | $\langle \tau_{12}^m + \eta_{12}\sigma_{22}^m / S_{12} \geq 1$ | $\sigma_{22}^m, \tau_{12}^m$ 在 2D 屈曲坐标系中的应力, 角度为 φ^c 时 |
| 树脂最大应力准则的失效条件 | $\sigma_2 \geq Y_T, \sigma_2 \geq Y_C$ | |
| 树脂最大应变准则的失效条件 | $\epsilon_2 \geq \epsilon_{2T}, \epsilon_2 \geq \epsilon_{2c}$ | |
| Hashin-3D 树脂拉伸失效条件 ^[84] | $\frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{Y_T^2} + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{S_{23}^2} + \frac{\tau_{12}^2 - \tau_{13}^2}{S_{12}^2} \geq 1$ | |
| Cuntze 树脂压缩失效条件 ^[86] | $(b_{\perp}^i - 1)I_2/Y_C + (b_{\perp}^i I_4 + b_{\perp}^i I_3)/Y_C^2 \geq 1$ $I_2 = \sigma_2 + \sigma_3, I_3 = \tau_{31}^2 + \tau_{12}^2, I_4 = (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2$ | $b_{\perp}^i = 1, b_{\perp}^i // = 0$ |
| 纤维-树脂基最大应力准则的失效条件 | $\tau_{12} \geq S_{12}$ | |
| 纤维-树脂基最大应变准则的失效条件 | $\gamma_{12} \geq \gamma_{12}^u$ | γ_{12}^u 极限剪切应变 |
| Hashin 纤维-树脂基剪切失效条件 ^[84] | $(\sigma_1/X_T)^2 + (\tau_{12}/S_{12})^2 \geq 1$ | |
| Shahid-Chang 纤维-树脂基剪切失效条件 ^[87] | $(\bar{\sigma}_1/X_T)^2 + (\bar{\tau}_{12}/S_{12}(\phi))^2 \geq 1$ | $\bar{\sigma}$ 有效层应力 ϕ 基体裂纹密度 |

3.2 三维编织碳纤维树脂基复合材料渐进损伤的本构模型

GE 等^[88]提出了新的三维编织复合材料在局部

可变振幅载荷下的疲劳损伤分析方法。疲劳渐进损伤模型包括刚度和强度的退化模型、考虑局部可变振幅载荷的累积疲劳损伤方法以及损伤演变模

型。弹性损伤模型和弹塑性损伤模型用于描述纱线和基体的损伤演变。LIU 等^[89]开发了创新的多尺度建模方法来研究三维编织碳纤维增强复合材料在单轴拉伸下的力学行为。建立了微米级的代表性体积单元来计算纱线的有效特性。根据实际的编织结构构建了 2 组中尺度代表性体积单元,分别是表面和内部代表性体积单元。使用连续损伤力学和内聚区建模相结合的方法,预测中尺度模型的损伤行为,开发了一种局部均质化方法,将编织纱线和附着的树脂转化为归一化的子细胞。HU 等^[90]提出了基于三维编织复合材料全热机械耦合行为的微观结构模型,用于表征多次横向冲击损伤。模型中采用了界面接触和内聚脱粘,以及延性和剪切损伤,并与热机械耦合本构方程相结合。结果表明,绝热温升和界面损伤集中在具有局部塑性变形的冲击面上。冲击相互作用中产生的热能引起局部温度升高,进而进一步导致环氧树脂的热膨胀。

TIAN 等^[82-83]对纱线和树脂基体分别采用扩展的 Hashin 准则和扩展的 Drucker-Prager 准则进行建模。基于现有的实验数据分析了单轴力学性能,作为对模型的验证。利用该模型研究了双轴渐进损伤和破坏行为。通过树脂基体和纤维的基本本构关系,结合下式,得到两者的应变表达式。再将其按照刚度体积平均法累加得到整体三维编织碳纤维树脂基复合材料本构公式,其中刚度矩阵可表示为

$$\sigma = C \epsilon \quad (1)$$

$$C = \left(\sum_{i=1}^n V_{f_i} T_i^{-1} A_i^{-1} T_i + V_m I \right) \quad (2)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n V_{f_i} (T_i)^T S^f A_i^{-1} T_i + V_m S^m \right)^{-1}$$

$$A_i = A_i(S^f, S^m) \quad (3)$$

$$S^m = S^m(\sigma^m, \epsilon^m) \quad (4)$$

$$S^f = S^f(S^m, A_i, \sigma^f) \quad (5)$$

$$\sigma^m = \left(\sum_{i=1}^n V_{f_i} T_i^{-1} A_i^{-1} T_i + V_m I \right)^{-1} \sigma \quad (6)$$

$$\epsilon^m = S^m \left(\sum_{i=1}^n V_{f_i} T_i^{-1} A_i^{-1} T_i + V_m I \right)^{-1} \sigma \quad (7)$$

$$\sigma^f = A_i^{-1} T_i \left(\sum_{i=1}^n V_{f_i} T_i^{-1} A_i^{-1} T_i + V_m I \right)^{-1} \sigma \quad (8)$$

其中,式(1)为本构关系的基本表达式; σ 为全局应力; C 为全局刚度矩阵; ϵ 为全局应变;式(2)提供了

刚度矩阵 C 与损伤相关矩阵 A_i 、 S^m 和 S^f 之间的函数关系; V_{f_i} 为纤维体积分数; V_m 为树脂体积分数; T_i 为旋转矩阵; A_i 为桥联矩阵; S^f 为纤维柔度矩阵; S^m 为树脂柔度矩阵; I 为单位矩阵;式(3)为桥联模型的表达式;式(4)为树脂柔度矩阵的表达式;式(5)为纱线柔度矩阵的表达式;式(6)~式(8)为局部应力或应变的表达式。

4 结束语

本文综述了单向纤维复合材料与三维编织复合材料本构模型及渐进损伤本构模型的相关研究进展,概述了单向与多向复材的建模方法,重点对单向复合材料和三维编织复合材料的细观结构建模及力学响应预测进行了分析。总结了单向复合材料基于广义的 Maxwell 模型将线弹性纤维、黏弹性树脂基体以并联或串联的形式联系起来,通过最大应力理论和体积分数加权,建立了多向加载下的单向纤维复合材料本构模型。分析了三维编织复合材料的结构建模从纤维倾斜模型、螺旋模型到单胞几何模型的发展过程,明确了结合体积平均法和局部-全局坐标转换以提高预测精度的关键方法;特别是多单胞方法在复杂应力状态下刚度与强度预测中的应用得到了显著提升。最后,基于三维 Linde 与扩展 Drucker-Prager 等渐进损伤准则,构建了渐进损伤解析本构模型,通过桥联矩阵统一局部应力与全局响应,描述纱线和基体的多尺度损伤演化与失效机制,为单轴或多轴加载下复合材料的损伤行为与失效模式提供理论支持。

未来研究要聚焦发展跨尺度建模方法并拓展其动态载荷和复杂工况下的适用性。通过引入微观结构效应和跨尺度耦合机制,全面解析纤维、基体与界面的协同行为,从细观损伤演化推导宏观失效模式,并结合先进表征技术(如 CT 扫描和数字图像相关)提高建模精度与可靠性。此外,应针对高应变速率、热-机械耦合及疲劳载荷下的损伤规律,完善模型对动态载荷和环境因子的适用性,以满足实际工程需求。为应对复杂结构和大规模数据计算,可借助机器学习和高性能计算技术,开发智能化本构模型优化算法,通过挖掘实验与模拟数据间的深层关联快速预测力学性能,并与解析建模程序深度集成,提高计算效率以支持航空航天等领域的实时预测与优化设计。

参考文献

- [1] WANG Y Q, WANG A. Microstructure/property relationships in three-dimensionally braided fiber composites [J]. *Composites Science and Technology*, 1995, 53(2): 213-222.
- [2] LI C, TAO X, CHOY C. On the microstructure of three-dimensional braided performs [J]. *Composites Science and Technology*, 1999, 59(3): 391-404.
- [3] XU K, XU X. On the microstructure model of four-step 3D rectangular braided composites [J]. *Fuhe Cailiao Xuebao (Acta Mater Compos Sin) (China)*, 2006, 23(5): 154-160.
- [4] LI D S, LI J L, CHEN L, et al. Finite element analysis of mechanical properties of 3D four-directional rectangular braided composites part 1: microgeometry and 3D finite element model [J]. *Applied Composite Materials*, 2010, 17: 373-387.
- [5] SUN H Y, QIAO X. Prediction of the mechanical properties of three-dimensionally braided composites [J]. *Composites Science and Technology*, 1997, 57(6): 623-629.
- [6] XU K, XU X. Finite element analysis of mechanical properties of 3D five-directional braided composites [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2008, 487(1-2): 499-509.
- [7] ZHANG C, XU X. Finite element analysis of 3D braided composites based on three unit-cells models [J]. *Composite Structures*, 2013, 98: 130-142.
- [8] YU X, CUI J. The prediction on mechanical properties of 4-step braided composites via two-scale method [J]. *Composites Science and Technology*, 2007, 67(3/4): 471-480.
- [9] LI D S, FANG D N, JIANG N, et al. Finite element modeling of mechanical properties of 3D five-directional rectangular braided composites [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2011, 42(6): 1373-1385.
- [10] 郑锡涛. 三维编织复合材料细观结构与力学性能分析 [D]. 陕西: 西北工业大学, 2003.
- [11] 翟军军. 基于多尺度理论的三维编织复合材料力学性能研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2018.
- [12] LONG S, YAO X, WANG H, et al. A dynamic constitutive model for fiber-reinforced composite under impact loading [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, 166: 105226.
- [13] ZENG T, WU L Z, GUO L C. A finite element model for failure analysis of 3D braided composites [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2004, 366(1): 144-151.
- [14] FANG G D, LIANG J, WANG B L. Progressive damage and nonlinear analysis of 3D four-directional braided composites under unidirectional tension [J]. *Composite Structures*, 2009, 89(1): 126-133.
- [15] DONG J W, FENG M L. Asymptotic expansion homogenization for simulating progressive damage of 3D braided composites [J]. *Composite Structures*, 2010, 92(4): 873-882.
- [16] ANSAR M, XINWEI W, CHOUWEI Z. Modeling strategies of 3D woven composites: a review [J]. *Composite Structures*, 2011, 93(8): 1947-1963.
- [17] LU Z, XIA B, YANG Z. Investigation on the tensile properties of three-dimensional full five-directional braided composites [J]. *Computational Materials Science*, 2013, 77: 445-455.
- [18] ZHANG D, SUN Y, WANG X, et al. Meso-scale finite element analyses of three-dimensional five-directional braided composites subjected to uniaxial and biaxial loading [J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2015, 34(24): 1989-2005.
- [19] ZHOU Y, WANG Y, XIA Y, et al. Tensile behavior of carbon fiber bundles at different strain rates [J]. *Materials Letters*, 2010, 64(3): 246-248.
- [20] ZHOU Y, WANG Y, JEELANI S, et al. Experimental study on tensile behavior of carbon fiber and carbon fiber reinforced aluminum at different strain rate [J]. *Applied Composite Materials*, 2007, 14: 17-31.
- [21] BING Q, SUN C. Modeling and testing strain rate-dependent compressive strength of carbon/epoxy composites [J]. *Composites Science and Technology*, 2005, 65(16): 2481-2491.
- [22] CHEVALI V S, DEAN D R, JANOWSKI G M. Flexural creep behavior of discontinuous thermoplastic composites: Non-linear viscoelastic modeling and time-temperature-stress superposition [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2009, 40(6/7): 870-877.
- [23] CANAL L P, SEGURADO J, LLORCA J. Failure surface of epoxy-modified fiber-reinforced composites under transverse tension and out-of-plane shear [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, 46(11/12): 2265-2274.
- [24] LIAO J, WANG M, WEN H. A dynamic constitutive model for carbon nanotubes (CNTs) modified unidirectional fibre reinforced plastic laminates [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2024, 183: 104793.

- [25] MOURITZ A P, BANNISTER M K, FALZON P, et al. Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 1999, 30(12):1445-1461.
- [26] 封端佩,商元元,李俊. 三维四向和五向编织复合材料冲击断裂行为的多尺度模拟[J]. *纺织学报*, 2020, 41(10):67-73.
- [27] 张怀,李成,刘乐,等. 基于改进三胞模型考虑孔隙缺陷的三维四向编织复合材料多尺度力学性能分析[J]. *复合材料科学与工程*, 2023(2):14-23.
- [28] FANG G, LIANG J, LU Q, et al. Investigation on the compressive properties of the three dimensional four-directional braided composites [J]. *Composite Structures*, 2011, 93(2):392-405.
- [29] LU Z, WANG C, XIA B, et al. Effect of interfacial properties on the uniaxial tensile behavior of three-dimensional braided composites [J]. *Computational Materials Science*, 2013, 79:547-557.
- [30] ZHANG M, ZUO C, SUN B, et al. Thermal ageing degradation mechanisms on compressive behavior of 3-D braided composites in experimental and numerical study [J]. *Composite Structures*, 2016, 140:180-191.
- [31] WU D. Three-cell model and 5D braided structural composites [J]. *Composites Science and Technology*, 1996, 56(3):225-233.
- [32] SUN H, DI S, ZHANG N, et al. Micromechanics of braided composites via multivariable FEM [J]. *Computers & structures*, 2003, 81(20):2021-2027.
- [33] SHOKRIEH M M, MAZLOOMI M S. A new analytical model for calculation of stiffness of three-dimensional four-directional braided composites [J]. *Composite Structures*, 2012, 94(3):1005-1015.
- [34] GUO Q, ZHANG G, LI J. Process parameters design of a three-dimensional and five-directional braided composite joint based on finite element analysis [J]. *Materials & Design (1980-2015)*, 2013, 46:291-300.
- [35] LI D S, LU Z X, CHEN L, et al. Microstructure and mechanical properties of three-dimensional five-directional braided composites [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, 46(19):3422-3432.
- [36] TSAI S W, WU E M. A general theory of strength for anisotropic materials [J]. *Journal of Composite Materials*, 1971, 5(1):58-80.
- [37] HILL R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, 1948, 193(1033):281-297.
- [38] HOFFMAN O. The brittle strength of orthotropic materials [J]. *Journal of Composite Materials*, 1967, 1(2):200-206.
- [39] TSAI S W, WU E M. A general theory of strength for anisotropic materials [J]. *Journal of Composite Materials*, 1971, 5(1):58-80.
- [40] MATZENMILLER A, LUBLINER J, TAYLOR R L. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites [J]. *Mechanics of Materials*, 1995, 20(2):125-152.
- [41] ZHOU Y, LU Z, YANG Z. Progressive damage analysis and strength prediction of 2D plain weave composites [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2013, 47:220-229.
- [42] 古兴瑾. 复合材料层板高速冲击损伤研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.
- [43] KARIM M R. Constitutive modeling and failure criteria of carbon-fiber reinforced polymers under high strain rates [D]. University of Akron: Karim, Mohammed Rezaul, 2005.
- [44] YUANMING X, XING W. Constitutive equation for unidirectional composites under tensile impact [J]. *Composites Science and Technology*, 1996, 56(2):155-160.
- [45] WANG W, SHENOI R. Investigating high strain rate behaviour of unidirectional composites by a visco-elastic model [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2009, 13(3):406-415.
- [46] CaMARA E C B, FREIRE JR R C S. Using neural networks to modeling the transverse elasticity modulus of unidirectional composites [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2011, 42(7):2024-2029.
- [47] ZHENG H, ZHANG W, LI B, et al. Recent advances of interphases in carbon fiber-reinforced polymer composites: a review [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2022, 233:109639.
- [48] ZHOU D, TONG X, LIU H, et al. A modified Halpin-Tsai model for predicting the elastic modulus of composite materials [J]. *AIP Advances*, 2024, 14(1):015157.
- [49] 黄争鸣. 桥联理论研究的最新进展[J]. *应用数学和力学*, 2015, 36(6):563-581.
- [50] YAO L, LIU J, LYU Z, et al. In-situ damage mechanism investigation and a prediction model for delamination with fibre bridging in composites [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2023, 281:109079.

- [51] SHERBURN M. Geometric and mechanical modelling of textiles [D]. University of Nottingham United Kingdom: Martin Sherburn, 2007.
- [52] YANG J M, MA C L, CHOU T W. Fiber inclination model of three-dimensional textile structural composites [J]. *Journal of Composite Materials*, 1986, 20 (5) : 472-484.
- [53] KALIDINDI S R, FRANCO E. Numerical evaluation of isostrain and weighted-average models for elastic moduli of three-dimensional composites [J]. *Composites Science and Technology*, 1997, 57(3):293-305.
- [54] KREGER A, TETERS G. Use of averaging methods to determine the viscoelastic properties of spatially reinforced composites [J]. *Mechanics of composite materials*, 1980, 15(4):377-383.
- [55] 姜黎黎, 吴日娜, 徐美玲, 等. 三维四向编织碳纤维/环氧树脂复合材料在热环境中的拉压力学性能实验 [J]. *复合材料学报*, 2020, 37(2):309-317.
- [56] ZHANG J, WAN L, GAO Y, et al. Highly stretchable and self-healable MXene/polyvinyl alcohol hydrogel electrode for wearable capacitive electronic skin [J]. *Advanced Electronic Materials*, 2019, 5(7):1900285.
- [57] DESPLENTERE F, LOMOV S V, WOERDEMAN D, et al. Micro-CT characterization of variability in 3D textile architecture [J]. *Composites Science and Technology*, 2005, 65(13):1920-1930.
- [58] YA J, LIU Z, WANG Y. Micro-CT characterization on the meso-structure of three-dimensional full five-directional braided composite [J]. *Applied Composite Materials*, 2017, 24:593-610.
- [59] 马超群, 沈鹏, 马丹, 等. 基于 CT 扫描成像的三维编织预制体内部质量检测方法研究 [J]. *玻璃纤维*, 2024 (3):44-47.
- [60] STOCK S. X-ray microtomography of materials [J]. *International Materials Reviews*, 1999, 44(4):141-164.
- [61] SHARMA R, MAHAJAN P, MITTAL R K. Elastic modulus of 3D carbon/carbon composite using image-based finite element simulations and experiments [J]. *Composite Structures*, 2013, 98:69-78.
- [62] 邢广怀, 商雅静, 邢浩, 等. 三维编织复合材料拉伸损伤声发射监测与显微 CT 表征 [J]. *工程塑料应用*, 2021, 49(5):108-113.
- [63] CHEN L, TAO X, CHOY C. Mechanical analysis of 3-D braided composites by the finite multiphase element method [J]. *Composites Science and Technology*, 1999, 59(16):2383-2391.
- [64] XU K, QIAN X. Microstructure analysis and multi-unit cell model of three dimensionally four-directional braided composites [J]. *Applied Composite Materials*, 2015, 22:29-50.
- [65] XU K, QIAN X. Microstructure analysis and multi-unit cell model of three dimensionally four-directional braided composites [J]. *Applied Composite Materials*, 2015, 22:29-50.
- [66] WANG Y, WANG A. On the topological yarn structure of 3-D rectangular and tubular braided preforms [J]. *Composites Science and Technology*, 1994, 51 (4) : 575-586.
- [67] WANG Y, WANG A. Geometric mapping of yarn structures due to shape change in 3-D braided composites [J]. *Composites Science and Technology*, 1995, 54(4):359-370.
- [68] WAN Y, WANG Y, GU B. Finite element prediction of the impact compressive properties of three-dimensional braided composites using multi-scale model [J]. *Composite Structures*, 2015, 128:381-394.
- [69] DONG A, LI S, ZHU W. Investigation of elastic parameters of three-dimensional full five-directional braided composite materials [J]. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, 2020, 44:119-128.
- [70] DU X-B, LI D-S, JIANG L, et al. Numerical investigation on tensile behavior of three-dimensional six-directional braided composites [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 237:107815.
- [71] TIAN Z, YAN Y, LUO H, et al. Parameterized unit-cell models for stiffness performance analyses of three-dimensional n-directional braided composites [J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2016, 35 (19) : 1371-1386.
- [72] 张超. 三维多向编织复合材料宏观细观力学性能及高速冲击损伤研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.
- [73] KACHANOV L M. Rupture time under creep conditions [J]. *International Journal of Fracture*, 1999, 97(1):11-18.
- [74] MURAKAMI S. Notion of continuum damage mechanics and its application to anisotropic creep damage theory [J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1983, 105(2):99-105.
- [75] CHABOCHE J L. Continuum damage mechanics: part II—Damage growth, crack initiation, and crack growth [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55(1):65-72.
- [76] TSERPES K I, LABEAS G, PAPANIKOS P, et al. Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy

- composite laminates [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2002, 33(7):521-529.
- [77] SHIGANG A, DAINING F, RUJIE H, et al. Effect of manufacturing defects on mechanical properties and failure features of 3D orthogonal woven C/C composites [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2015, 71:113-121.
- [78] LINDE P, DE BOER H. Modelling of inter-rivet buckling of hybrid composites [J]. *Composite structures*, 2006, 73(2):221-228.
- [79] HU C, SANG L, JIANG K, et al. Experimental and numerical characterization of flexural properties and failure behavior of CFRP/Al laminates [J]. *Composite Structures*, 2022, 281:115036.
- [80] LUO H, YAN Y, MENG X, et al. Progressive failure analysis and energy-absorbing experiment of composite tubes under axial dynamic impact [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2016, 87:1-11.
- [81] LEVITT A S, KNITTEL C E, VALLETT R, et al. Investigation of nanoyarn preparation by modified electrospinning setup [J]. *Journal of Applied Polymer Science*, 2017, 134(19).
- [82] TIAN Z, YAN Y, YE J, et al. An analytical constitutive model for progressive damage analysis of three-dimensional braided composites [J]. *Polymer Composites*, 2018, 39(11):4188-4204.
- [83] TIAN Z, YAN Y, LI J, et al. Progressive damage and failure analysis of three-dimensional braided composites subjected to biaxial tension and compression [J]. *Composite Structures*, 2018, 185:496-507.
- [84] HASHIN Z. Fatigue failure criteria for unidirectional fiber composites [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1981, 48(4):846-852.
- [85] MAIMÍ P, CAMANHO P P, MAYUGO J, et al. A continuum damage model for composite laminates: Part I-Constitutive model [J]. *Mechanics of Materials*, 2007, 39(10):897-908.
- [86] CUNTZE R, FREUND A. The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates [J]. *Composites Science and Technology*, 2004, 64(3/4):343-377.
- [87] SHAHID I, CHANG F-K. An accumulative damage model for tensile and shear failures of laminated composite plates [J]. *Journal of Composite Materials*, 1995, 29(7):926-981.
- [88] GE J, LIU Z, HU X, et al. A new progressive fatigue damage model for the three-dimensional braided composites subjected to locally-variable-amplitude loading [J]. *International Journal of Fatigue*, 2024, 184:108313.
- [89] LIU Y, HOU Y, SAPANATHAN T, et al. Multiscale modeling of the mechanical behavior of 3D braided CFRP composites under uniaxial tension [J]. *Composite Structures*, 2023, 306:116601.
- [90] HU M, SUN B, GU B. Microstructure modeling multiple transverse impact damages of 3-D braided composite based on thermo-mechanical coupling approach [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2021, 214:108741.